16.11 Olkoon $f(x, y) = 1 - x - y^2$.

a) Määritä laskemalla funktion f tasa-arvokäyrä L_4.

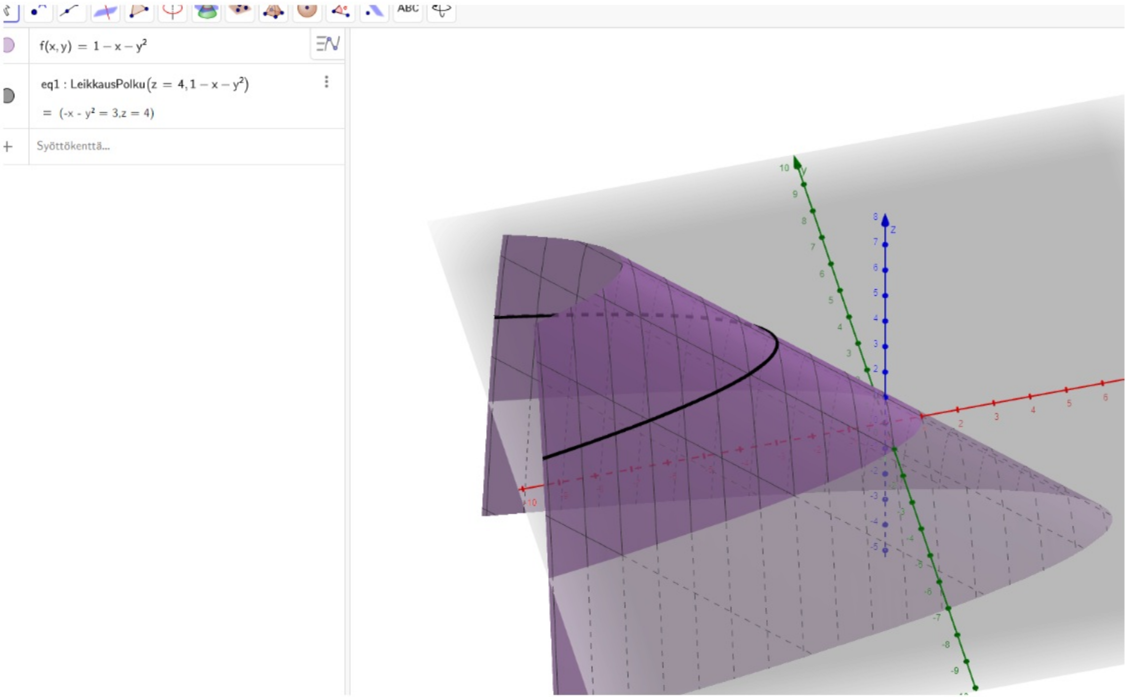
b) Piirrä geometriaohjelmalla samaan kuvaan funktion f kuvaaja, tasa-arvokäyrä L_4 ja funktion kuvaajalle siirretty tasa-arvokäyrä.

$$L_4 = 1 - x - y^2 = 4$$

$$-y^2 = x + 3$$

$$y^2 = -x - 3 \quad \| \sqrt{}$$

$$y = \pm\sqrt{-x-3}$$



16.13 Olkoon $f(x,y) = 4x^2y - \ln xy^2$.

a) Mihin suuntaan kohdasta $(1, -\frac{1}{2})$ on liikuttava, jotta funktion f arvot kasvavat nopeimmin?

b) Mikä on suurimman kasvun nopeus?

Suurimman muutoksen suunnan kertoo gradientti.

a) $\partial_x f(x,y) = 4 \cdot 2x \cdot y - \frac{1}{xy^2} \cdot 1 \cdot y^2 = 8xy - \frac{1}{x}$, $\partial_x f(1, -\frac{1}{2}) = 8 \cdot 1 \cdot (-\frac{1}{2}) - \frac{1}{1} = -5$

$\partial_y f(x,y) = 4x^2 - \frac{1}{xy^2} \cdot x \cdot 2y = 4x^2 - \frac{2}{y}$, $\partial_y f(1, -\frac{1}{2}) = 4 \cdot 1^2 - \frac{2}{-\frac{1}{2}} = 8$

$\nabla f(x_0, y_0) = \partial_x f(x_0, y_0)\bar{i} + \partial_y f(x_0, y_0)\bar{j}$

$\nabla f(1, -\frac{1}{2}) = -5\bar{i} + 8\bar{j}$

b) Kasvun nopeus: $|\nabla f(1, -\frac{1}{2})| = \sqrt{(-5)^2 + 8^2} = \sqrt{89}$

$$\frac{d}{dx}(4*x^2*y - \ln(x*y^2)) \qquad \frac{8 \cdot x^2 \cdot y - 1}{x}$$

$$\frac{d}{dy}(4*x^2*y - \ln(x*y^2)) \qquad \frac{4 \cdot x^2 \cdot y - 2}{y}$$