15.13 Kuinka moni funktion
$f(x, y) = y^3 - xy^2 - xy + x^2$ kriittisistä pisteistä on origokeskisen yksikköympyrän sisällä?

$\partial_x f(x,y) = -y^2 - y + 2x$

$\partial_y f(x,y) = 3y^2 - 2xy - x$

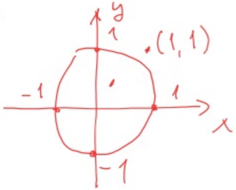
$$\begin{cases} -y^2 - y + 2x = 0 \\ 3y^2 - 2xy - x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -y^2-y+2x=0 \\ 3y^2-2x*y-x=0 \end{cases}\Bigg|_{x,\,y}$$

$$\left\{\{x=0,\ y=0\},\ \{x=1,\ y=1\},\ \left\{x=\frac{3}{8},\ y=\frac{1}{2}\right\}\right\}$$

sisällä

Yksikköympyrä.



15.15 Määritä funktion $f(x, y) = 3xe^y - x^3 - e^{3y}$

a) kriittiset pisteet ja niiden laatu

b) ääriarvot.

$$\frac{d}{dx}\left(3*x*e^y - x^3 - e^{3y}\right)$$

$$3\cdot e^y - 3\cdot x^2$$

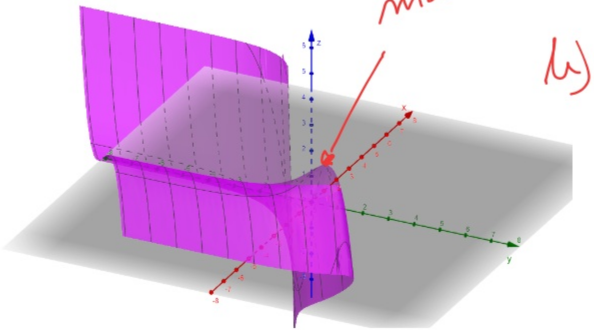
$$\frac{d}{dy}\left(3*x*e^y - x^3 - e^{3y}\right)$$

$$-3\cdot e^{3\cdot y} + 3\cdot x\cdot e^y$$

$$\begin{cases} 3\cdot e^y - 3\cdot x^2 = 0 \\ -3\cdot e^{3\cdot y} + 3\cdot x\cdot e^y = 0 \end{cases}\Bigg|_{x,\,y}$$

$$\{x=1,\ y=0\}$$

maksimipiste



b) $f(1,0) =$

Gradientti

Pisteeseen (x_0, y_0) piirretty gradienttivektori

$$\nabla f(x_0, y_0) = \partial_x f(x_0, y_0)\bar{i} + \partial_y f(x_0, y_0)\bar{j}$$ osoittaa $\left\{\begin{array}{l}\text{suurimman}\\ \text{nopeimman}\end{array}\right.$

nabla

muutoksen suuntaan

Esim. $f(x,y) = 16 - x^2 - y^2$, $\partial_x f(x,y) = -2x$, $\partial_y f(x,y) = -2y$

funktiolle f pisteeseen $(2,-1)$ piirretty gradienttivektori

$$\nabla f(2,-1) = (-2\cdot 2)\bar{i} + (-2\cdot(-1))\bar{j} = \underline{-4\bar{i} + 2\bar{j}}$$

Suurimman muutoksen arvo $|\nabla f(2,-1)| = \sqrt{(-4)^2 + 2^2} = \sqrt{20} = \underline{2\sqrt{5}}$

Kokeesta

A-Osa 4 teht. 2 vast.

- 2 monivalintaa
- Osoitustehtävä vektoreilla
- Vektorien pituus, kulma ja ristitulo

B-Osa 6 teht. 4 vast.

- Ristitulon sovelluksia (A ja V)
- Pisteet tasossa (parametritehtävä)
- Suoran ja tason leikkauspiste (sovellus)
- Tason yhtälön muodostaminen
- Kartio kuutiossa (3D geometriaa)
- Osittaisderivaatta, kriittiset pisteet ja gradienttivektori