4.18 Samasta pisteestä alkavat vektorit $\bar{a} = 3\bar{i} - 4\bar{k}$,
$\bar{b} = -4\bar{i} + 5\bar{j} - 3\bar{k}$ ja $\bar{c} = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}$
ovat suorakulmaisen särmiön särmiä.
Suorakulmaisen särmiön tilavuus on $250\sqrt{2}$.
Määritä kertoimet x, y ja z.

Lasketaan ensin $\bar{a} \times \bar{b} = 20\bar{i} + 25\bar{j} + 15\bar{k}$

Vektori $\bar{c}$ on siis $t(\bar{a} \times \bar{b}) = t(20\bar{i} + 25\bar{j} + 15\bar{k}) = 20t\bar{i} + 25t\bar{j} + 15t\bar{k}$, $t \in \mathbb{R}$

$V = 250\sqrt{2} = |\bar{a}| \cdot |\bar{b}| \cdot |\bar{c}|$

$|\bar{a}| = 5$

$|\bar{b}| = 5\sqrt{2}$

$|\bar{c}| = 25\sqrt{2t^2} = (25\sqrt{2}\, t)$

= Ratkaistaan t:

$5 \cdot 5\cancel{\sqrt{2}} \cdot 25 \cdot \sqrt{2t^2} = 250\cancel{\sqrt{2}}$

$t = -\frac{\sqrt{2}}{5} \vee t = \frac{\sqrt{2}}{5}$

Ratkaistaan x, y ja z, kun

$t = -\frac{\sqrt{2}}{5} \Rightarrow \begin{cases} x = \\ y = \\ z = \end{cases}$

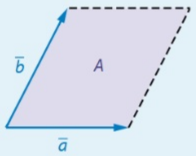
ja $t = \frac{2}{\sqrt{5}} = \begin{cases} x = \\ y = \\ z = \end{cases}$

Suunnikkaan pinta-ala

LAUSE

Vektorien $\bar{a}$ ja $\bar{b}$ määräämän suunnikkaan pinta-ala on

$$A = |\bar{a} \times \bar{b}|.$$

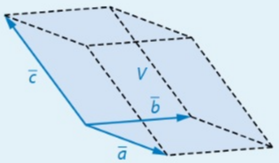


Suuntaissärmiön tilavuus

LAUSE

Vektorien $\bar{a}$, $\bar{b}$ ja $\bar{c}$ määräämän suuntaissärmiön tilavuus on

$$V = |(\bar{a} \times \bar{b}) \cdot \bar{c}|.$$



Esim. Suuntaissärmiön pohjan pinta-ala.

$$A = |\bar{a} \times \bar{b}|$$

$$\bar{a} \times \bar{b} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & -3 & -2 \end{vmatrix} = (2\cdot(-2)-(-3)\cdot 2)\bar{i} - (1\cdot(-2)-1\cdot 2)\bar{j} + (1\cdot(-3)-1\cdot 2)\bar{k} =$$

$$2\bar{i} + 4\bar{j} - 5\bar{k}$$

$$|\bar{a} \times \bar{b}| = \sqrt{2^2+4^2+(-5)^2} = \sqrt{45} = \underline{\underline{3\sqrt{5}}}$$

```
crossP(a,b)
                                        [2  4  -5]
norm(crossP(a,b))
                                              3·√5
```

Esim. Vektoreiden: $\bar{a} = \bar{i} + 2\bar{j} + 2\bar{k}$, $\bar{b} = \bar{i} - 3\bar{j} - 2\bar{k}$ ja $\bar{c} = \bar{i} - 4\bar{j} - 2\bar{k}$ muodostaman suuntaissärmiön tilavuus $V = |(\bar{a} \times \bar{b}) \cdot \bar{c}|$

```
[1  2  2]⇒a
                                        [1  2  2]
[1  -3  -2]⇒b
                                        [1  -3  -2]
[1  -4  -2]⇒c
                                        [1  -4  -2]
|dotP(crossP(a,b),c)|
                                                 4
```