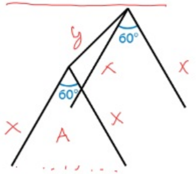
13.10 Vajan päädyt ovat tasasivuisen kolmion muotoiset ja sen tilavuus on $39{,}0\ \text{m}^3$. Vaja tuetaan kuvan mukaisella teräsputkesta rakennetulla kehikolla. Määritä laskemalla vajan mitat niin, että putkea kuluu mahdollisimman vähän.



Tilavuus $V = Ah$
$= \frac{x^2\sqrt{3}}{4} \cdot y$

$39 = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} \cdot y \quad \| : \left(\frac{x^2\sqrt{3}}{4}\right)$

$y = \frac{39 \cdot 4}{x^2\sqrt{3}}$

Pääty on tasasivuinen kolmio $A = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$

Putken pituus: $P = 4x + y$

$P(x) = 4x + \frac{156}{x^2\sqrt{3}}$

$x \geq 0$

Merkkikaavio

	0		3,6	
P'		−		+
P		↘	min kohta	↗

$P'(x) = 0$

derivaatan merkki

Define $P(x)=4x+\frac{156}{x^2\sqrt{3}}$

done

$\frac{d}{dx}(P(x))$

$P'(x)$ $\frac{4\cdot x^3-104\cdot\sqrt{3}}{x^3}$

solve$\left(\frac{4\cdot x^3-104\cdot\sqrt{3}}{x^3}=0\right.$

{x=3.557771008}

$\frac{4\cdot x^3-104\cdot\sqrt{3}}{x^3} \mid x=3$

−2.671603111

$\frac{4\cdot x^3-104\cdot\sqrt{3}}{x^3} \mid x=4$

1.185417438

Vast: Päädyn sivun pit 3,6 m
Vajan pituus 7,1 m

Kahden muuttujan funktio

Esim. $f\underbrace{(x,y)}_{\text{muuttujat}} = \underbrace{16-x^2-y^2}_{\text{funktion lauseke}}$

Määrittelyjoukkona xy-taso

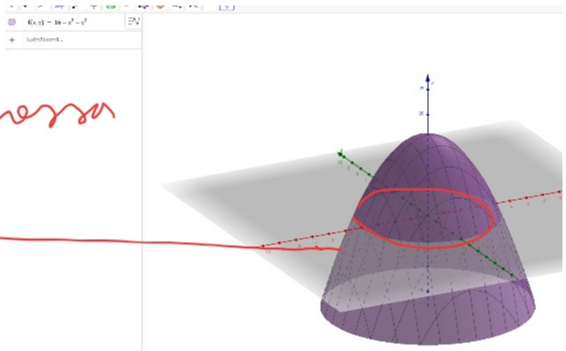
Esim pisteessä (1,2) funktion arvo $f(1,2) = 16-1^2-2^2 = 11$ (= z-koordinaatin arvo)

funktion kuvaaja on pinta

Nollakohta: $f(x,y)=0$

$$16-x^2-y^2=0$$
$$x^2+y^2=16$$
$$x^2+y^2=4^2$$

origokeskeinen ympyrä minkä säde on 4 xy-tasossa



14.8 Selvitä funktioiden $f(x, y) = \log_2 |4x - y|$ ja $g(x,y) = \dfrac{x}{|x+y+1|}$ määrittelyehdot. Onko funktioilla yhteisiä määrittelemättömyyskohtia?

$f(x,y)$ on määritelty kun $|4x-y| > 0 \Rightarrow 4x - y \neq 0$

$y \neq 4x$

$g(x,y)$ on määritelty kun $|x+y+1| \neq 0 \Rightarrow x+y+1 \neq 0$

$y \neq -x-1$

$4x = -x-1$

$5x = -1$

$x = -\frac{1}{5}$

$y = 4 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = -\frac{4}{5}$

$\Rightarrow$ Kumpikaan funktio ei ole määritelty xy-tason pisteessä $\left(-\frac{1}{5}, -\frac{4}{5}\right)$