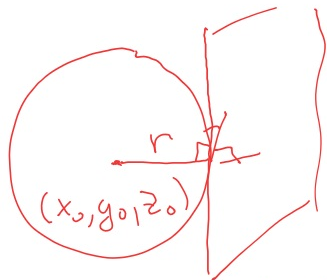


- 11.14 Pallon keskipiste on  $(-1, -6, 5)$  ja se sivuaa tasoa  $x + 4y - z + 3 = 0$ . Laske pallon pinta-ala.



Pallon säde  $r$  on keskipisteen etäisyys tasosta.

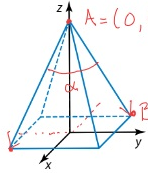
$$d = r = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$ax + by + cz + d = 0$$

$$r = \frac{|1 \cdot (-1) + 4 \cdot (-6) - 1 \cdot 5 + 3|}{\sqrt{1^2 + 4^2 + (-1)^2}} = \frac{27}{\sqrt{18}} = \frac{3 \cdot 9}{\sqrt{2 \cdot 9}} = \frac{9}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Pallon pinta-ala: } A = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot \frac{81}{2} = \underline{\underline{162\pi}}$$

- 12.2 Säännöllisen nelisivuisen pyramidin korkeus on 5 ja pohjasärmän pituus 4. Laske pistetulon avulla kahden vastakkaisen  
 a) sivusärmän  
 b) sivutahkon välisen kulman suuruus asteiden tarkkuudella.



$$C = (2, -2, 0)$$

Vektorit:

$$\vec{AB} = -2\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}$$

$$\vec{AC} = 2\vec{i} - 2\vec{j} - 5\vec{k}$$

$$\alpha = \angle(\vec{AB}, \vec{AC})$$

$$\cos(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| |\vec{AC}|}$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{17}{\sqrt{33} \cdot \sqrt{33}}\right) \approx \underline{\underline{59^\circ}}$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -2 \cdot 2 + 2 \cdot (-2) + (-5) \cdot (-5) = 17$$

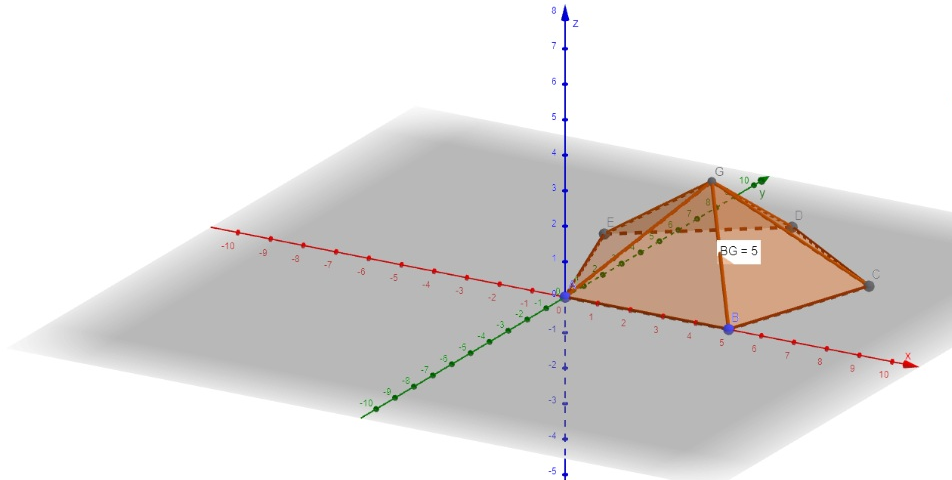
$$|\vec{AB}| = \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + (-5)^2} = \sqrt{33} = |\vec{AC}|$$

## 7. Avaruuskappale 12 p.

Tämä tehtävä on tarkoitettu ratkaistavaksi ohjelmistolla. Vastaukset voi antaa likiarvoina, ja perusteluiksi riittävät kuvakaappaukset tai selitykset, joista ilmenee, mitä on mitattu. Tehtävän voi myös ratkaista algebrallisesti laskemalla. Tarkastellaan monitahokasta  $M = ABCDEF$ , jonka pohja  $ABCDE$  on säännöllinen viisikulmio ja jonka sivutahkot ovat tasasivuisia kolmioita.

- Piirrä kuva monitahokkaasta  $M$ . (4 p.)
- Määritä monitahokkaan  $M$  särmän  $AF$  ja pohjan välinen kulma. (2 p.)
- Määritä monitahokkaan  $M$  tahkon  $ABF$  ja pohjan välinen kulma. (2 p.)
- Määritä monitahokkaan  $M$  tilavuus, kun särmän pituus on  $a$ . (4 p.)

<span style="color: blue;">●</span>	A = (0, 0, 0)	<input type="text" value="EV"/>
<span style="color: blue;">●</span>	B = (5, 0, 0)	:
<span style="color: brown;">●</span>	f = Jana(A, B, kuvio1)	:
	= 5	
<span style="color: brown;">●</span>	kuvio1 = Monikulmio(A, B, 5, xytas)	:
	= 43.01	
<span style="color: orange;">●</span>	b = Pyramidi(kuvio1, 2.6286)	:
	= 37.69	
	etäisyysBG = Etäisyys(B, G)	:
	= 5	
<span style="color: grey;">●</span>	TekstiBG=Nimi(B)+(Nimi(G))+" "+etäisyysBG	:
+	Syöttökenttä...	



### Säännölliset monikulmiot

	Tasasiivinen kolmio	Neliö	Säännöllinen viisikulmio	Säännöllinen kuusikulmio
monikulmion sivu $a$				
sisään piirretyn ympyrän säde	$\frac{a\sqrt{3}}{6}$	$\frac{a}{2}$	$\frac{a}{10}\sqrt{25+10\sqrt{5}}$	$\frac{a\sqrt{3}}{2}$
ympäri piirretyn ympyrän säde	$\frac{a\sqrt{3}}{3}$	$\frac{a\sqrt{2}}{2}$	$\frac{a}{10}\sqrt{50+10\sqrt{5}}=r$	$a$
pinta-ala	$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$	$a^2$	$\frac{a^2}{4}\sqrt{25+10\sqrt{5}}$	$\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$

$$\frac{1}{2}\sqrt{50+10\sqrt{5}}$$

$$r = 4.253254042$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{50+10\sqrt{5}}$$

$$\frac{\sqrt{10 \cdot (\sqrt{5}+5)}}{2}$$

$$\sqrt{5^2 - \left(\frac{1}{2}\sqrt{50+10\sqrt{5}}\right)^2}$$

$$h = 2.628655561$$

$$\sqrt{5^2 - \left(\frac{1}{2}\sqrt{50+10\sqrt{5}}\right)^2}$$

$$\frac{\sqrt{10 \cdot (-\sqrt{5}+5)}}{2}$$