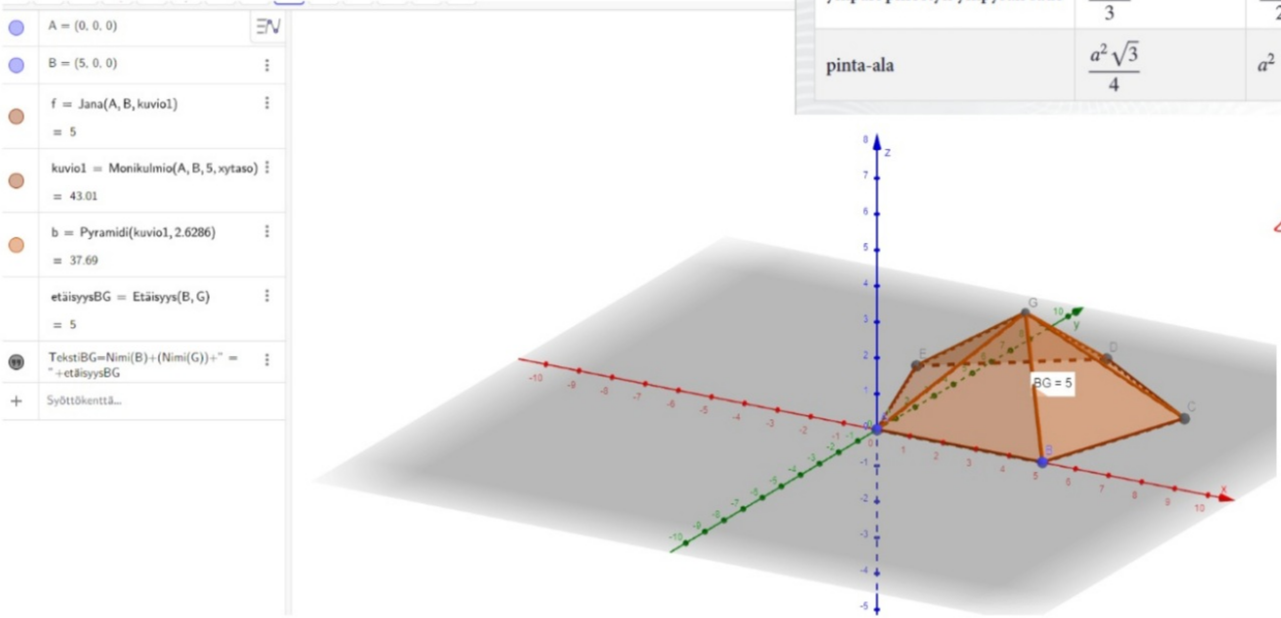
7. Avaruuskappale (12 p.)

Tämä tehtävä on tarkoitettu ratkaistavaksi ohjelmistolla. Vastaukset voi antaa likiarvoina, ja perusteluiksi riittävät kuvakaappaukset tai selitykset, joista ilmenee, mitä on mitattu. Tehtävän voi myös ratkaista algebrallisesti laskemalla. Tarkastellaan monitahokasta $M = ABCDEF$, jonka pohja $ABCDE$ on säännöllinen viisikulmio ja jonka sivutahkot ovat tasasivuisia kolmioita.

1. Piirrä kuva monitahokkaasta M. **(4 p.)**
2. Määritä monitahokkaan M särmän AF ja pohjan välinen kulma. **(2 p.)**
3. Määritä monitahokkaan M tahkon ABF ja pohjan välinen kulma. **(2 p.)**
4. Määritä monitahokkaan M tilavuus, kun särmän pituus on a. **(4 p.)**

Säännölliset monikulmiot

	Tasasivuinen kolmio	Neliö	Säännöllinen viisikulmio	Säännöllinen kuusikulmio
monikulmion sivu a				
sisään piirretyn ympyrän säde	$\frac{a\sqrt{3}}{6}$	$\frac{a}{2}$	$\frac{a}{10}\sqrt{25+10\sqrt{5}}$	$\frac{a\sqrt{3}}{2}$
ympäri piirretyn ympyrän säde	$\frac{a\sqrt{3}}{3}$	$\frac{a\sqrt{2}}{2}$	$\frac{a}{10}\sqrt{50+10\sqrt{5}} = r$	a
pinta-ala	$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$	a^2	$\frac{a^2}{4}\sqrt{25+10\sqrt{5}}$	$\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$



$\frac{1}{2}\sqrt{50+10\sqrt{5}}$

$\frac{1}{2}\sqrt{50+10\sqrt{5}}$ $\quad r =$ 4.253254042

$\frac{\sqrt{10\cdot(\sqrt{5}+5)}}{2}$

$\sqrt{5^2-\left(\frac{1}{2}\sqrt{50+10\sqrt{5}}\right)^2}$

$\sqrt{5^2-\left(\frac{1}{2}\sqrt{50+10\sqrt{5}}\right)^2}$ $\quad h =$ 2.628655561

$\frac{\sqrt{10\cdot(-\sqrt{5}+5)}}{2}$

13.6 Suoran ympyräkartion muotoista telttaa varten on varattu 16 neliömetriä kangasta. Kangasta ei käytetä teltan pohjaan. Määritä pohjaympyrän halkaisija silloin, kun teltan tilavuus on suurin mahdollinen. [yo pitkä k2015]

Tilavuuden funktio optimoidaan

$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$

vaippa

$A=\pi r s \Leftrightarrow s=\frac{16}{\pi r}$

$s^2=h^2+r^2 \Leftrightarrow h=\pm\sqrt{s^2-r^2}=\sqrt{\left(\frac{16}{\pi r}\right)^2-r^2}$

$\Rightarrow V=\frac{1}{3}\pi r^2\cdot\sqrt{\left(\frac{16}{\pi r}\right)^2-r^2}$

Derivoidaan

$V'=$

Derivaatan nollakohdat

$r>0,\ r\leq s,\ h\leq s$

Define $V(r)=\frac{1}{3}*\pi*r^2*\sqrt{(\frac{16}{\pi r})^2-r^2}$

done

$\frac{d}{dr}(V(r))$

$$\frac{r^2\cdot\left(\frac{2\cdot(r^4\cdot\pi^2-256)}{r^3\cdot\pi^2}-4\cdot r\right)\cdot\pi}{6\cdot\sqrt{\frac{-(r^4\cdot\pi^2-256)}{r^2\cdot\pi^2}}}+\frac{2\cdot r\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{-(r^4\cdot\pi^2-256)}{r^2\cdot\pi^2}}}{3}$$

simplify$\left(\frac{r^2\cdot\left(\frac{2\cdot(r^4\cdot\pi^2-256)}{r^3\cdot\pi^2}-4\cdot r\right)\cdot\pi}{6\cdot\sqrt{\frac{-(r^4\cdot\pi^2-256)}{r^2\cdot\pi^2}}}+\frac{2\cdot r\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{-(r^4\cdot\pi^2-256)}{r^2\cdot\pi^2}}}{3}\right.$

$$\frac{-|r|\cdot(3\cdot r^4\cdot\pi^2-256)}{3\cdot r\cdot\sqrt{-r^4\cdot\pi^2+256}}$$

solve$\left(\frac{-|r|\cdot(3\cdot r^4\cdot\pi^2-256)}{3\cdot r\cdot\sqrt{-r^4\cdot\pi^2+256}}=0, r\right.$

$\{\cancel{r=-1.714765516}, r=1.714765516\}$

$\frac{-|r|\cdot(3\cdot r^4\cdot\pi^2-256)}{3\cdot r\cdot\sqrt{-r^4\cdot\pi^2+256}}|r=1.6$

1.493074002 >0

$\frac{-|r|\cdot(3\cdot r^4\cdot\pi^2-256)}{3\cdot r\cdot\sqrt{-r^4\cdot\pi^2+256}}|r=1.8$

−1.480291341 <0

Merkkikaavio

	0		1,71	
V'		+		−
V		↗		↘

maks kohta

Vast: Tilavuus suurin kun $r\approx 1{,}7$ m

$\Rightarrow$ halkaisija $\approx$ 3,4 m