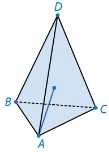


- 11.16 Puinen kolmiopohjainen pyramidi voidaan sijoittaa koordinaatistoon niin, että pohjan kärkipisteet ovat $A = (6, 0, 0)$, $B = (-2, -5, 0)$ ja $C = (-3, 3, 0)$. Huippu on tällöin pisteessä $D = (0, 0, 10,5)$. Pisteestä A porataan mahdollisimman lyhyt reikä vastakkaiselle tahkolle. Laske reiän pituus yhden desimaalin tarkkuudella, kun koordinaatiston yksikkö on 1 cm.



Muodunkelaan ensin tason BCD yhtälön kantarektoreiden \vec{BC} ja \vec{BD} avulla

$$\vec{BC} = (-3+2)\vec{i} + (3+5)\vec{j} = -\vec{i} + 8\vec{j}$$

$$\vec{BD} = (0+2)\vec{i} + (0+5)\vec{j} + 10,5\vec{k} = 2\vec{i} + 5\vec{j} + 10,5\vec{k}$$

Tason normaalivektori $\vec{n} = \vec{BC} \times \vec{BD} = 84\vec{i} + 10,5\vec{j} - 21\vec{k}$

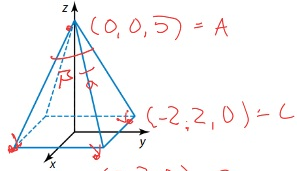
Tason normaalimuoto on $84x + 10,5y - 21z + d = 0$

Tason piste $D(0, 0; 10,5)$ $-21 \cdot 10,5 + d = 0$

lasketaan pisteen $A = (6, 0, 0)$ etäisyys tasolta. $d = 220,5$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|84 \cdot 6 + 10,5 \cdot 0 - 21 \cdot 0 + 220,5|}{\sqrt{84^2 + 10,5^2 + (-21)^2}} = \underline{\underline{8,3 \text{ cm}}}$$

- 12.2 Säännöllisen nelisivuisen pyramidin korkeus on 5 ja pohjasärmän pituus 4. Laske pistetulon avulla kahden vastakkaisen
 a) sivusärmän
 b) sivutahkon
 välisen kulman suuruus asteen tarkkuudella.



$$\alpha = \angle(\overline{AB}, \overline{AC})$$

$$\overline{AB} = 2\overline{i} + 2\overline{j} - 5\overline{k}$$

$$\overline{AC} = -2\overline{i} + 2\overline{j} - 5\overline{k}$$

$$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 2 \cdot (-2) + 2 \cdot 2 + (-5) \cdot (-5) = 25$$

$$|\overline{AB}| = |\overline{AC}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + (-5)^2} = \sqrt{33}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{AC}}{|\overline{AB}| |\overline{AC}|}$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{25}{\sqrt{33} \cdot \sqrt{33}}\right) \approx 41^\circ$$

$$\cos(\beta) = \frac{\overline{AC} \cdot \overline{AD}}{|\overline{AC}| |\overline{AD}|} = \frac{17}{\sqrt{33} \cdot \sqrt{33}}$$

$$\beta = \arccos\left(\frac{17}{\sqrt{33} \cdot \sqrt{33}}\right) \approx 59^\circ$$

$$D = (-2, -2, 0)$$

$$\overline{AD} = 2\overline{i} - 2\overline{j} - 5\overline{k}$$

$$\cos^{-1}\left(\frac{17}{33}\right)$$

58.99241699