11.19 Joukosta voidaan muodostaa 2-alkioinen osajoukko 45 tavalla. Määritä joukon alkioiden lukumäärä.

Olkoon n alkioiden määrä

$\binom{n}{2} = 45$

$\frac{n!}{2!\,(n-2)!} = 45$

$\frac{n \cdot (n-1) \cdot \cancel{(n-2) \cdot (n-3) \cdots 2 \cdot 1}}{2 \cdot 1 \quad \cancel{(n-2) \cdot (n-3) \cdots 2 \cdot 1}} = 45 \quad || \cdot 2$

$n \cdot (n-1) = 90$

$n^2 - n - 90 = 0$

$n = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-90)}}{2 \cdot 1}$

$= \frac{1 \pm \sqrt{361}}{2} = \frac{1 \pm 19}{2}$

$\underline{\underline{n = 10}} \vee \cancel{n = -9}$

Kertolaskusääntö

Ehdollinen todennäköisyys

Esim. Korttipakasta nostetaan kortti ja eikä palauteta pakkaan.

$$P(\text{ensimmäinen ja toinen kortti on pata}) = \frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51}$$

Kertolaskusääntö

Esim. Noppaa heitetään 4 kertaa.

P(saadaan 4 kuutosta) =

P(1. on 6 ja 2. on 6 ja 3. on 6 ja 4. on 6) =

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6^4} =$$

12.8 Kannattaako lyödä vetoa sen puolesta, että neljällä nopanheitolla saadaan ainakin yksi kuutonen? Tämä on ensimmäinen niistä ongelmista, jotka esitti ritari ja uhkapeluri de Méré 1600-luvulla ja joista todennäköisyyslaskenta sai alkunsa.

Hyödynnetään vastatapahtumaa "ei yhtään kuutosta".

P(ainakin yksi kuutonen) =

1 − P(ei yhtään kuutosta) =

1 − P(1. ei 6 ja 2. ei 6 ja 3. ei 6 ja 4. ei 6) = $1-\left(\frac{5}{6}\right)^4 = 0{,}52 > 0{,}5$

V: Kannattaa lyödä vetoa.

12.10 Matematiikan ryhmässä on 14 vuonna 2005 syntynyttä opiskelijaa. Millä todennäköisyydellä ainakin kahdella opiskelijalla on sama syntymäpäivä? Oletetaan vuoden kaikki päivät syntymäpäivinä yhtä todennäköisiksi. Vuodessa 2005 oli 365 päivää.

* Vastatapahtuma "kaikilla eri päivä"