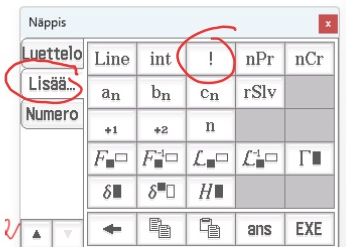
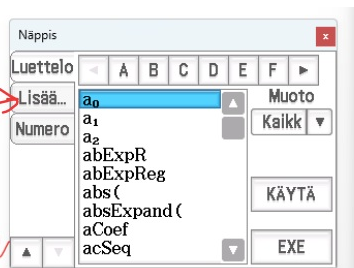
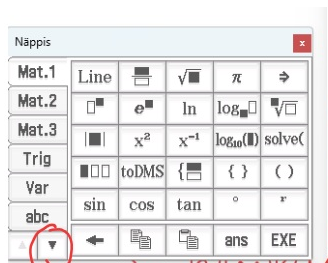
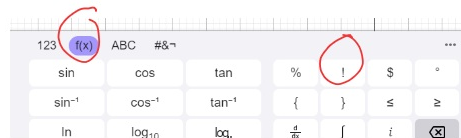
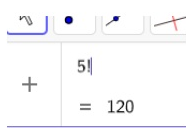


Jonon jäsen lukumäärä

Esim. Kuinka monessa eri järjestyksessä 5-henkkinen puhe voi saapua kוליin?

1. henkilö 2. henkilö 3. 4. 5.
 $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$
 $5!$ (viiden kertymä)



$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

luvun n kertoma $n!$ kertoo kuinka monella eri tavalla n alkiota voidaan asettaa jonoon.

Esim. Kuinka monella eri tavalla 5 henkilöä voi muodostaa kolmen henkilön jono?

$$5 \cdot 4 \cdot 3 = 60 \quad (\text{tarkemmin } nPr(5,3))$$

10.7 Lumikki asettaa seitsemän kääpiötä jonoon sattumanvaraisesti. Millä todennäköisyydellä

- a) Viisas on jonossa ensimmäisenä
- b) Lystikäs on jonossa kuudentena
- c) Viisas on jonossa ensimmäisenä ja Lystikäs kuudentena?

Kääpiöitä voidaan muodostaa $7! = 5040$ erilaista jonoa

joukosta joissa vilkas on ensi. $1 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6!$

$$a) P(\text{Vilkas on ensimmäinen}) = \frac{6!}{7!} = \frac{1}{7} = 0,14$$

$$b) P(\text{Lystikäs on kuudentena}) = \frac{6!}{7!} = \frac{1}{7} = 0,14$$

Lystikäs
↓

$$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1$$
$$1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 5!$$

$$c) P(\text{Vilkas ensi, ja Lystikäs kuudes}) = \frac{5!}{7!} = \frac{1}{42} = 0,024$$

7. Scrabble 12 p.

Englanninkielisessä Scrabble-pelissä pussissa on 100 laattaa, joista 2 on tyhjää, 56 konsonanttilaattaa ja 42 vokaalilaattaa. Vokaalilaatoista yhdeksässä on A-kirjain. Pelaaja nostaa pussista 7 laattaa palauttamatta niitä takaisin pussiin.

1. Millä todennäköisyydellä ainakin yhdessä pelaajan nostamista laatoista on A-kirjain? (6 p.)
2. Millä todennäköisyydellä ainakin yhdessä pelaajan nostamista laatoista on A-kirjain silloin, kun tiedetään pelaajan nostaneen kolme vokaalia? (6 p.)

KEVÄT 2024

8. Tikanheitto 12 p.

Aineisto

8.A Kuva: Tikkataulu

Ympyränmuotoisen tikkataulun keskellä on 10 pisteen arvoinen keskiympyrä, jonka säde on 2 cm. Sen ympärillä on 9 pisteen arvoinen rengas, jonka leveys on 2 cm. Tämän renkaan ympärillä on samanlevyinen 8 pisteen rengas, sen ympärillä samanlevyinen 7 pisteen rengas ja niin edelleen uloimpaan 1 pisteen renkaaseen saakka.

Tikkataulussa on siis yhteensä 10 aluetta ja koko taulun säde on 20 cm, katso kuva 8.A.

S-2024

1. Osoita laskemalla, että parillisten pistemäärien alueiden yhteenlaskettu pinta-ala on $180\pi \text{ cm}^2$. (4 p.)
2. Katri heittää tikkaa siten, että hän varmasti osuu tauluun, mutta voi osua mihin tahansa taulun kohtaan samalla todennäköisyydellä. Millä todennäköisyydellä Katrin tulos on parillinen, kun hän heittää kolme tikkaa ja niiden pisteet lasketaan yhteen? (8 p.)

9.1 Valitse oikea vaihtoehto. 4 p.

Näitä vastauksia ei tarvitse perustella. Jos olet aloittanut tehtävään vastaamisen, mutta et haluakaan jättää tehtävää arvostellavaksi, merkitse jokaiseen osatehtävään vastausvaihtoehto "En vastaa.". Oikea vastaus 1 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p.

9.1.1 Ensimmäinen kääntämäsi pahvikiekkoo on tyhjä ja toinen rubiini. 1 p.

- Tapahtumat ovat toisistaan riippuvia.
- Tapahtumat ovat toisistaan riippumattomia.
- En vastaa.

9.1.2 Kääntämäsi pahvikiekkoo osoittautuu topaasiksi, ja saat seuraavalla heitolla silmäluvun 4. 1 p.

- Tapahtumat ovat toisistaan riippuvia.
- Tapahtumat ovat toisistaan riippumattomia.
- En vastaa.

9.1.3 Saat heittovuorollasi nopan silmäluvuksi 6 ja vastapelaaja vuorollaan nopan silmäluvuksi 4. 1 p.

- Tapahtumat ovat toisistaan riippuvia.
- Tapahtumat ovat toisistaan riippumattomia.
- En vastaa.

9.1.4 Saat pahvikiekosta rosvon, ja vastapelaaja saa pahvikiekostaan smaragdin. 1 p.

- Tapahtumat ovat toisistaan riippuvia.
- Tapahtumat ovat toisistaan riippumattomia.
- En vastaa.

9.2 Vastaa osatehtävien 9.2.1–9.2.2 kysymyksiin normaalisti perustellen. 8 p.

1. Millä todennäköisyydellä saat kahdella heitolla noppien silmälukujen summaksi vähintään 10? (4 p.)
2. Tähän mennessä pelissä on käännetty seitsemän tyhjää, yksi topaasi, yksi rubiini ja yksi rosvo. Millä todennäköisyydellä seuraavan käännetyn pahvikiekkoon takana on joko Afrikan tähti tai hevosenkenkä? (4 p.)

K-2025