

Integraalipunktio

Olkoon $F(x)$ ja $f(x)$ määritellyt samalla avoimella välillä. Jos $F'(x) = f(x)$, niin

$F(x)$ on funktion $f(x)$ integraalipunktio

Esim. Oletko $F(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + 5x - 2$ funktion $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + 5$ integraalipunktio?

$$F'(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + 5 = f(x) \Rightarrow \text{Kyllä on}$$

Esim. Määritä jokien funktionin $f(x) = 4x^3 - 2x^2 - 6x + 1$ integraalifunktio.

$$F(x) = x^4 - \frac{2}{3}x^3 - 3x^2 + x$$

$f(x)$:n kaikki integraalifunktiot ovat $F(x) + C$

$$F(x) = x^4 - \frac{2}{3}x^3 - 3x^2 + x + C$$

↑
Integroimis-
vakio

3.4



Olkoon $f(x) = 2 \cos x - 3 \sin x$. Tutki, onko funktio F funktion f integraalifunktio.

a) $F(x) = \sin 2x + \cos 3x + 4$

b) $F(x) = \sin^2 x + \cos^3 x + 9$

c) $F(x) = 2 \sin x + 3 \cos x + 5$

$$\begin{aligned} \text{a) } F'(x) &= \cos(2x) \cdot 2 - \sin(3x) \cdot 3 \\ &= 2 \cos 2x - 3 \sin 3x \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} \text{b) } F'(x) &= 2 \sin x \cdot \cos x + 3 \cdot \cos^2 x \cdot (-\sin x) \\ &= 2 \sin x \cdot \cos x - 3 \sin x \cos^2 x \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned} \text{c) } F'(x) &= 2 \cos x + 3 \cdot (-\sin x) \\ &= 2 \cos x - 3 \sin x \end{aligned}$$

3.5



E3

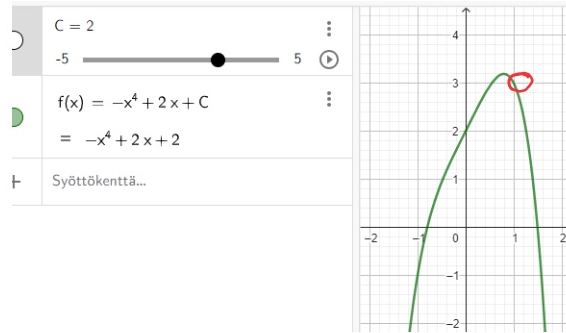
Osoita, että funktio $F(x) = -x^4 + 2x + C$ on funktion $f(x) = -4x^3 + 2$ integraalifunktio.

Määritä

a) geometriaohjelmalla

b) laskemalla

se funktion f integraalifunktio F , jonka kuvaaja kulkee pisteen $(1, 3)$ kautta.



$$\begin{aligned} F(1) &= 3 \\ -1^4 + 2 \cdot 1 + C &= 3 \\ C &= 2 \end{aligned}$$