

5.19

Olkoon $f(x) = |x-1|$ 

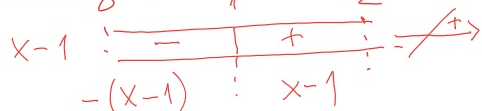
- a) Määritä funktion f nollakohdat.
 b) Ilmaise funktion f lauseke paloittain määritelyinä ilman itseisarvoja.

c) Laske $\int_0^2 |x-1| dx$.

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{kun } a \geq 0 \\ -a, & \text{kun } a < 0 \end{cases}$$

a) $|x-1| = 0$, kun
 $x-1 = 0$
 $x = 1$

b) Tehdään merkkikaavio



$$|x-1| = \begin{cases} -x+1, & \text{kun } x \leq 1 \\ x-1, & \text{kun } x > 1 \end{cases}$$

$$\int_0^2 |x-1| dx = \int_0^1 (-x+1) dx + \int_1^2 (x-1) dx =$$

$$\left[-\frac{1}{2}x^2 + x \right]_0^1 + \left[\frac{1}{2}x^2 - x \right]_1^2 =$$

5.23

Integraalilaskennan väliarvolauseen mukaan, jos funktio f on jatkuva välillä $[a, b]$, niin tällä välillä on ainakin yksi sellainen luku c , että $\int_a^b f(x) dx = f(c) \cdot (b - a)$.

- a) Olkoon $f(x) = 2x + 3$. Osoita, että integraalilaskennan väliarvolauseen mukainen c löytyy, kun tarkastellaan väliä $[-1, 7]$.
- b) Tulkitse integraalilaskennan väliarvolause geometrisesti, kun funktio $f(x) > 0$ välillä $[a, b]$.
- c) Integraalilaskennan väliarvolauseen lukua $f(c)$ kutsutaan funktion f keskiarvoksi välillä $[a, b]$. Määritä funktion $f(x) = 5x^2$ keskiarvo välillä $[-2, 4]$.

$$a) \int_{-1}^7 (2x+3) dx = \int_{-1}^7 x^2 + 3x =$$

$$7^2 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot 7 - \left((-1)^2 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot (-1) \right) = 72$$

$$f(c) \cdot (b-a) = \int_a^b f(x) dx$$

$$(2c+3) \cdot (7-(-1)) = 72 \quad || : 8$$

$$2c+3 = 9$$

$$2c = 6 \quad || : 2$$

$$\underline{\underline{c = 3}}$$

