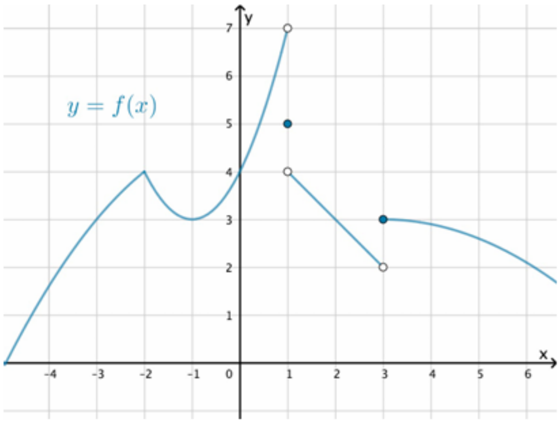
1.



a) $f(-2) = 4$

$f(1) = 5$

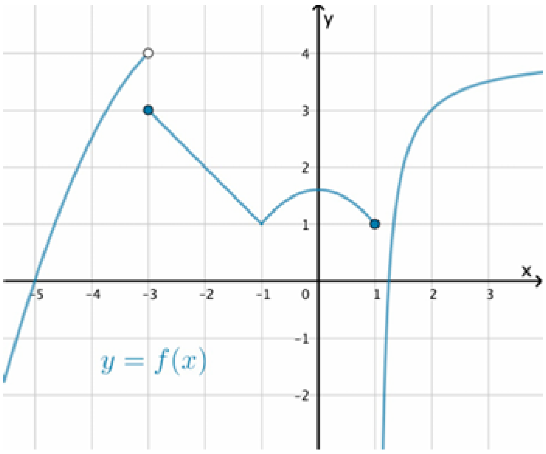
$f(3) = 3$

b) $\lim_{x \to -2} f(x) = 4$

$\lim_{x \to 1} f(x)$ ei olemassa

$\lim_{x \to 3} f(x)$ ei olemassa

2.



a) $\lim_{x \to -3-} f(x) = 3$ **VÄÄRIN**

b) $\lim_{x \to -3+} f(x) = 3$ **OIKEIN**

c) $\lim_{x \to -3} f(x) = 3$ **VÄÄRIN**

d) $\lim_{x \to -1} f(x) = 1$ **OIKEIN**

e) $\lim_{x \to 0} f(x)$ on olemassa **OIKEIN**

f) $f(1)$ ei ole määritelty **VÄÄRIN**

g) $\lim_{x \to 1-} f(x) = \lim_{x \to 1+} f(x)$ **VÄÄRIN**

3.

a) $\lim_{x \to -2} (3x^2 - 4x + 6) = 3 \cdot (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 6 = 26$

b)

$$\lim_{x \to 3} \frac{2x-6}{x^2-9} = \lim_{x \to 3} \frac{2x - 2 \cdot 3}{x^2 - 3^2} = \lim_{x \to 3} \frac{2 \cdot \cancel{(x-3)}}{(x+3)\cancel{(x-3)}} = \lim_{x \to 3} \frac{2}{x+3} = \frac{2}{3+3} = \frac{1}{3}$$

c) $\lim_{x \to 0} \frac{5x^3 - x^2}{8} = \frac{5 \cdot 0^3 - 0^2}{8} = 0$

d) $\lim_{x \to 3} \frac{4x-12}{x^2-3x} = \lim_{x \to 3} \frac{4\cancel{(x-3)}}{x\cancel{(x-3)}} = \lim_{x \to 3} \frac{4}{x} = \frac{4}{3}$

4. c-kohdan derivointisääntö tulee meille myöhemmin

a) $f'(x) = 2 \cdot 4x^3 - 2 \cdot 3x^2 - 13 \cdot 1 + 0$

$= 8x^3 - 6x^2 - 13$

b) $g(x) = \frac{1}{5} \cdot \mathrm{D}(x^3 - 4x)$

$= \frac{1}{5} \cdot (3x^2 - 4 \cdot 1)$

$= \frac{3x^2 - 4}{5}$

c) $h'(x) = 3 \cdot 5(2x-4)^4 \cdot 2$

$= 30(2x-4)^4$

tai käsin laskemalla (työläs)

expand(3(2x−4)^5

$96 \cdot x^5 - 960 \cdot x^4 + 3840 \cdot x^3 - 7680 \cdot x^2 + 7680 \cdot x - 3072$

diff(96·x^5−960·x^4+3840·x^3−7680·x^2+7680·x−3072

$480 \cdot x^4 - 3840 \cdot x^3 + 11520 \cdot x^2 - 15360 \cdot x + 7680$

5.

$$f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 6x - 7$$

a) $f(0) = 4 \cdot 0^3 - 5 \cdot 0^2 + 6 \cdot 0 - 7 = -7$

b) $f'(x) = 4 \cdot 3x^2 - 5 \cdot 2x^1 + 6 \cdot 1 - 0 = 12x^2 - 10x + 6$

$f'(1) = 12 \cdot 1^2 - 10 \cdot 1 + 6 = 2$

c) $f'(x) = 12x^2 - 10x + 6$

$f''(x) = 12 \cdot 2x^1 - 10 \cdot 1 = 24x - 10$

$f''(2) = 24 \cdot 2 - 10 = 38$

d) $f''(x) = 24x - 10$

$f'''(x) = 24 \cdot 1 - 0 = 24$

$f'''(3) = 24$

6.

a) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^2 + 5x + t}{3x + 3}$

$x = -1$ on nimittäjän nollakohta. Jotta raja-arvo olisi olemassa, on voitava supistaa nimittäjän tekijällä $x - (-1) = x + 1$. Tällöin $x = -1$ on oltava myös osoittajan nollakohta.

$$\begin{aligned} x^2 + 5x + t &= 0, \text{ kun } x = -1: \\ (-1)^2 + 5 \cdot (-1) + t &= 0 \\ 1 - 5 + t &= 0 \\ -4 + t &= 0 \\ t &= 4 \end{aligned}$$

$\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^2 + 5x + t}{3x + 3}$ | Sijoitetaan $t = 4$.

$= \lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^2 + 5x + 4}{3x + 3}$

$$\begin{aligned} &x^2 + 5x + 4 = 0 \\ &x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} \\ &\quad = \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-5 \pm 3}{2} \\ &x = -4 \text{ tai } x = -1 \end{aligned}$$

$= \lim\limits_{x \to -1} \dfrac{1 \cdot (x - (-4))(x - (-1))}{3(x + 1)}$

$= \lim\limits_{x \to -1} \dfrac{(x + 4)\cancel{(x + 1)}}{3\cancel{(x + 1)}}$

$= \lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x + 4}{3}$

$= \dfrac{-1 + 4}{3} = 1$

b) $\lim\limits_{x \to -t} \dfrac{tx^2 - 1}{x + t}$

$x = -t$ on nimittäjän nollakohta. Jotta raja-arvo olisi olemassa, on voitava supistaa nimittäjän tekijällä $x - (-t) = x + t$. Tällöin $x = -t$ on oltava myös osoittajan nollakohta.

$$
\begin{aligned}
tx^2 - 1 &= 0, \text{ kun } x = -t: \\
t \cdot (-t)^2 - 1 &= 0 \\
t^3 - 1 &= 0 \\
t^3 &= 1 \\
t &= 1
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\lim_{x \to -t} \frac{tx^2 - 1}{x + t} \qquad \text{| Sijoitetaan } t = 1. \\
&= \lim_{x \to -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1} \\
&= \lim_{x \to -1} \frac{\cancel{(x+1)}(x-1)}{\cancel{x+1}} \\
&= \lim_{x \to -1} (x - 1) \\
&= -1 - 1 \\
&= -2
\end{aligned}
$$

7.

a) $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x}{5}$

$$
\begin{aligned}
f'(x) &= \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\
&= \lim_{h \to 0} \frac{\dfrac{(x+h)^2 - 4(x+h)}{5} - \dfrac{x^2 - 4x}{5}}{h} \qquad \text{Lasketaan raja-arvo CAS-laskimella.} \\
&= \frac{2x - 4}{5}
\end{aligned}
$$

b) $f'(x) = \dfrac{2x - 4}{5}$

$f'(-3) = \dfrac{2 \cdot (-3) - 4}{5} = -\dfrac{10}{5} = -2$

$f'(5) = \dfrac{2 \cdot 5 - 4}{5} = \dfrac{6}{5}$