

10.  $D \sin x = \cos x$

11.  $D \cos x = -\sin x$

12.  $D \tan x = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$

Esim.  $D \sin 4x$   
 yhdistetty funktio:  
 $g(x) = \sin x \mid g'(x) = \cos x$   
 $f(x) = 4x \mid f'(x) = 4$   
 $= \cos(4x) \cdot 4 = 4 \cos(4x)$

Esim.  $D \cos(2x^3) = -\sin(2x^3) \cdot 6x^2 = -6x^2 \sin(2x^3)$

Esim.  $D \sin^3(6x) = D(\sin(6x))^3 = 3(\sin(6x))^2 \cdot \underbrace{\cos(6x)}_1 \cdot 6$   
 "kolme risäkkäistä  
 funktiota"  
 $\underbrace{\sin(6x)}_{6x}^3 = 18 \cos(6x) \sin^2(6x)$

18.4 Millä muuttujan  $x$  arvoilla funktion  $f(x) = \cos x - \frac{1}{2}x$  arvojen muutosnopeus on nolla?

Selvitetään milloin  $f'(x) = 0$   
 $f'(x) = -\sin x - \frac{1}{2}$   
 $-\sin x - \frac{1}{2} = 0 \quad (\sin \frac{7\pi}{6} = -\frac{1}{2})$   
 $\sin x = -\frac{1}{2}$   
 $x = \frac{7\pi}{6} + m \cdot 2\pi \quad \forall x = (\pi - \frac{7\pi}{6}) + m \cdot 2\pi, m \in \mathbb{Z}$   
 $x = -\frac{\pi}{6} + m \cdot 2\pi, m \in \mathbb{Z}$

18.8 Määritä funktion  $f(x) = x^2 + \sin 3x$  kuvaajalle



kohtaan  $x = \frac{\pi}{2}$  piirretyn tangentin yhtälö.

Tangentin kulmakerto on  $k = f'(x)$

$$f'(x) = 2x + \cos(3x) \cdot 3 = 2x + 3\cos(3x)$$

$$k = f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \cdot \frac{\pi}{2} + 3 \underbrace{\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)}_{=0} = \pi$$

Sivunamisjärjestelmän  $y$ -koordinaatti on

$$y = f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \underbrace{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2}_{=-1} + \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{\pi^2}{4} - 1$$

Tangentin yhtälö:

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

$$y - \left(\frac{\pi^2}{4} - 1\right) = \pi \left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$y - \frac{\pi^2}{4} + 1 = \pi x - \frac{\pi^2}{2}$$

$$\underline{\underline{y = \pi x - \frac{\pi^2}{4} - 1}}$$

darkimen kulkeintaa

$$\text{solve}(-\sin(x) - \cos(x)) = 0$$

$$\left\{ x = \pi \cdot \underbrace{\text{constn}(1)}_m - \frac{\pi}{4} \right\} = \pi m - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + m\pi, m \in \mathbb{Z}$$

□