7.16 ★★★ Lainasta, jonka suuruus on K mk, peritään 15 %:n vuotuinen korko, ja laina maksetaan takaisin n vuoden aikana maksamalla kunkin vuoden lopussa koron lisäksi vakiolyhennys $\frac{K}{n}$ mk.

i) Kuinka paljon korkoa kaikkiaan maksetaan?

ii) Millä n:n arvoilla korkomenot ylittävät lainan määrän K mk?

iii) Kuinka monta prosenttia korkomenot nousevat, jos korkoprosentti nousee kahdella prosenttiyksiköllä?

[yo pitkä s1992]

i) Korot:

1. korko $K \cdot 0{,}15$

2. –||– $\left(K - \frac{K}{n}\right) \cdot 0{,}15$

3. –||– $\left(K - 2\frac{K}{n}\right) \cdot 0{,}15$

$\vdots$

n. –||– $\underbrace{\left(K - (n-1)\frac{K}{n}\right)}_{\frac{K}{n}} \cdot 0{,}15$

Aritmeettinen summa

$$S = n\,\frac{0{,}15K + 0{,}15\frac{K}{n}}{2} = n \cdot \frac{0{,}15K\left(1 + \frac{1}{n}\right)}{2} = \frac{0{,}15K(n+1)}{2}$$

$$= 0{,}075K(n+1)$$

ii) Ratkaistaan epäyhtälö

$$0{,}075K(n+1) > K \quad \| :K$$

$$0{,}075(n+1) > 1 \quad \| :0{,}075$$

$$n+1 > \frac{1}{0{,}075}$$

$$n > \frac{1}{0{,}075} - 1$$

$$n > 12{,}3 \approx 13$$

iii)

$$\frac{\frac{0{,}17}{2}\cancel{K(n+1)}}{0{,}075\cancel{K(n+1)}} = 1{,}13 \Rightarrow 13\,\%$$

Annuiteetti- eli tasaerälaina

$$A = Kq^n \frac{1-q}{1-q^n}, \text{ jossa}$$

A = annuiteetti eli tasaerä
K = lainapääoma

$$V_k = Kq^k - A\frac{1-q^k}{1-q}, \text{ jossa}$$

V_k = jäljellä oleva lainamäärä k:nnen lyhennyksen jälkeen.

8.3 E3 Essi ottaa 90 000 euron asuntolainan. Laina-aika on 14 vuotta ja lainaa lyhennetään tasaerin kuukausittain. Lainan vuosikorko on aluksi 1,8 %, mutta vuosikorko nousee 36 kuukauden jälkeen 1,5 prosenttiyksiköllä.

a) Kuinka suuri takaisinmaksuerä on ensimmäisten 36 kuukauden aikana?

b) Kuinka paljon lainaa on jäljellä 36 kuukauden kuluttua juuri lyhennyksen jälkeen?

c) Mikäli laina-aika pidetään ennallaan, kuinka suuri takaisinmaksuerä on vuosikoron nousun jälkeen?

$K_1 = 90000,\ n = 14\cdot 12 = 168,\ q_1 = \left(1+\frac{0{,}018}{12}\right)$

a) $A = 90000\cdot\left(1+\frac{0{,}018}{12}\right)^{168}\cdot\frac{1-\left(1+\frac{0{,}018}{12}\right)}{1-\left(1+\frac{0{,}018}{12}\right)^{168}}$

$= \underline{606{,}45\ €}$

b) $k = 36$

$V_k = 90000\cdot\left(1+\frac{0{,}018}{12}\right)^{36} - 606{,}45\cdot\frac{1-\left(1+\frac{0{,}018}{12}\right)^{36}}{1-\left(1+\frac{0{,}018}{12}\right)}$

$= \underline{72574{,}61\ €} = K_2$

c) $q_2 = 1+\frac{0{,}033}{12},\ n_2 = 168-36 = 132$

$A_2 = 72574{,}61\cdot\left(1+\frac{0{,}033}{12}\right)^{132}\cdot\frac{1-\left(1+\frac{0{,}033}{12}\right)}{1-\left(1+\frac{0{,}033}{12}\right)^{132}}$

$= \underline{656{,}37\ €}$

8.4 Essi ottaa 90 000 euron asuntolainan. Laina-aika on 14 vuotta ja lainaa lyhennetään tasaerin kuukausittain. Lainan vuosikorko on aluksi 1,8 %, mutta vuosikorko nousee 36 kuukauden jälkeen 1,5 prosenttiyksiköllä. Laske laina-ajan vaatima pidennys, kun Essi haluaa pitää takaisinmaksuerän yhtä suurena myös vuosikoron nousun jälkeen. Käytä apuna tehtävän 8.3 a- ja b-kohtien vastauksia.

Ratkaistaan kuinka monen kuukauden kuluttua uuden korkokannan mukaan annuiteetti olisi alkuperäinen suuruinen

$$\text{solve}\left(606.45=72574.61*\left(1+\frac{0.033}{12}\right)^n*\frac{1-\left(1+\frac{0.033}{12}\right)}{1-\left(1+\frac{0.033}{12}\right)^n},n\right)$$

$$\{n=145.3372902\}$$

lisäkuukausia

$n-132=145-132$

$\approx \underline{\underline{13}}$