

4.20 Jono  $(a_n)$  alkaa 1, 2, ... . Jono  $(3^{a_n})$  on aritmeettinen.

a) Määritä jonon  $(a_n)$  viisi ensimmäistä jäsentä.

b) Kuinka mones jonon  $(a_n)$  jäsen on ensimmäinen, jonka arvo on suurempi kuin 10?

$3^{a_m} = b_m$ :  $b_1 = 3^1 = 3$ ,  $b_2 = 3^2 = 9$  (aritmeettinen)  $\Rightarrow d = 6$ ,  $b_m = 3 + (m-1) \cdot 6$

$b_3 = 15$ ,  $b_4 = 21$ ,  $b_5 = 27$

$3^{a_3} = 15$

$\Leftrightarrow a_3 = \log_3 15$ ,  $a_4 = \log_3 21$ ,  $a_5 = \log_3 27 = 3$

a)  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 2$

b)  $a_m = 10 \Rightarrow b_m = 3^{10}$

ratkaistaan:  $3^{10} = 3 + (m-1) \cdot 6$

$3^{10} - 3 = 6m - 6$

$3^{10} + 3 = 6m \quad | :6$

$m = \frac{3^{10} + 3}{6} = 9842$

V: 9843.

## Geometrinen lukujono

- edellinen jäsen kerrotaan aina samalla luvulla  $q$  (suhdeluku)

$$a_n = a_1, a_2 = a_1 q, a_3 = a_1 q^2, a_4 = a_1 q^3, \dots, \boxed{a_n = a_1 q^{n-1}} \text{ yleinen jäsen}$$

Esim. Geometrisessa jonoissa  $a_1 = 250$  ja  $a_{10} = 500$ . Määritä  $a_{20}$ .

yleinen jäsen:  $a_n = a_1 q^{n-1}$

$$a_{10} = a_1 q^9$$

$$500 = 250 \cdot q^9 \quad || : 250 \quad || \sqrt[9]{\quad}$$

$$q = \sqrt[9]{2}$$

$$\Rightarrow a_{20} = 250 \cdot \left(\sqrt[9]{2}\right)^{19} \approx 1169$$

## Geometriinen

$$a_1, a_1 q, a_1 q^2, \dots$$

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

$$S_n = \sum_{i=1}^n a_i = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}, \text{ jos } q \neq 1$$

$$S_n = na_1, \text{ jos } q = 1$$

$$a_1 = 5000$$

$$a_2 = 5000 + 5000 \cdot 1,03$$

$$a_3 = 5000 + 5000 \cdot 1,03 + 5000 \cdot 1,03^2 \text{ (geometriinen summa)}$$

$$\vdots$$

$$a_8 = 5000 + 5000 \cdot 1,03 + 5000 \cdot 1,03^2 + \dots + 5000 \cdot 1,03^7 =$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \\ \frac{5000(1-1,03^8)}{1-1,03} = 4448,68 \text{ €} \end{array} \right\}$$

c) Ratkaistaan yhtälö:  $\frac{5000(1-1,03^m)}{1-1,03} = 100000$

$$m = 15,9$$

V: 16 vuoden kuluttua

**3.16** Pankkitilin vuotuinen nettokorkokanta on 3,00 %. Tilille talletetaan peräkkäisten vuosien alussa joka vuosi 5000 euroa. Olkoon  $a_n$  talletuksen arvo  $n$ :nnen vuoden alussa, kun tilille on lisätty edellisen vuoden korko ja tehty uusi 5000 euron talletus ( $a_1 = 5000$ ).

a) Määritä lukujonon  $(a_n)$  rekursiosääntö.

b) Kuinka suuri pääoma on kahdeksannen vuoden alussa?

c) Kuinka monennen vuoden alussa pääoman suuruus on ensimmäisen kerran yli 100 000 euroa?

$$\frac{5000(1-1,03^8)}{1-1,03}$$

1100.52004

44461.68023

$$\text{solve}\left(\frac{5000(1-1,03^n)}{1-1,03} = 100000, n\right)$$

{n=15.90063174}

□