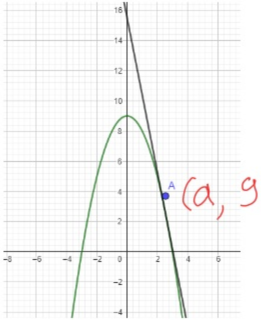
13.16 Mihin paraabelin $y = 9 - x^2$ pisteeseen piirretty tangentti rajaa koordinaattiakselien kanssa pinta-alaltaan pienimmän kolmion?



$(a,\ 9-a^2)$

Tangentin $k = f'(a)$

Derivaatta $f'(x) = -2x \Rightarrow$

$k = -2a$

Tangentin yhtälö:

$y - y_0 = k(x - x_0)$

$y - (9 - a^2) = -2a(x - a)$

$y - 9 + a^2 = -2ax + 2a^2$

$y = -2ax + \underline{a^2 + 9}$

y-akselin leikkauspiste eli kolmion korkeus

x-akselilla $y = 0$

$2ax = a^2 + 9 \quad || :2a$

$x = \frac{a}{2} + \frac{9}{2a}$ (kolmion kanta)

Kolmion pinta-ala: $A = \frac{\left(\frac{a}{2} + \frac{9}{2a}\right)(a^2+9)}{2}$

Tutkitaan derivaatalla:

$$\frac{d}{da}\left(\frac{\left(\frac{a}{2}+\frac{9}{2a}\right)(a^2+9)}{2}\right) \qquad \frac{3\cdot a^4+18\cdot a^2-81}{4\cdot a^2}$$

$$\text{solve}\left(\frac{d}{da}\left(\frac{\left(\frac{a}{2}+\frac{9}{2a}\right)(a^2+9)}{2}\right)=0, a\right) \qquad \{a=-\sqrt{3}, a=\sqrt{3}\}$$

$a \neq 0$

$$\frac{3\cdot a^4+18\cdot a^2-81}{4\cdot a^2}\Big|a=-2 \qquad \frac{39}{16}$$

$$\frac{3\cdot a^4+18\cdot a^2-81}{4\cdot a^2}\Big|a=-1 \qquad -15$$

$$\frac{3\cdot a^4+18\cdot a^2-81}{4\cdot a^2}\Big|a=2 \qquad \frac{39}{16}$$

$$\frac{3\cdot a^4+18\cdot a^2-81}{4\cdot a^2}\Big|a=1 \qquad -15$$

Kulkukaavio:

		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$	
A'	+		−		−		+
	↗		↘		↘		↗

min kohta

$y = 9 - (\sqrt{3})^2$
$= 9 - 3 = 6$

V: Pisteeseen $(\sqrt{3}, 6)$

Yhdistetty funktio

Esim. $h(x) = (2x-4)^3$

voidaan tulkita funktioiden

$f(x) = 2x - 4$ ja $g(x) = x^3$

yhdistettynä funktiona

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = (2x-4)^3$

"pallo"

"funktion g muuttujan x paikalle sijoitetaan koko funktio f"

$(f \circ g)(x) =$

$f(g(x)) = 2x^3 - 4$

Esim.

$$f(x) = \frac{3x}{x^2-4}, \quad g(x) = 2x^3$$

Muodostetaan $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \frac{3 \cdot 2x^3}{(2x^3)^2 - 4} = \frac{6x^3}{4x^6 - 4}$

My. $4x^6 - 4 \neq 0$

$4x^6 \neq 4 \quad \| : 4$

$x^6 \neq 1 \quad \| \sqrt[6]{\ }$

$x \neq \pm 1$