

22.17 Sievennä funktio ensin muotoon



$f(x) = a \ln x + b$ ja määritä sitten sen derivaat-
tafunktio.

a) $f(x) = 3 \ln x - \ln 2x$

b) $f(x) = \ln x^2 + \ln \frac{2}{x}$

c) $f(x) = \ln \sqrt{x} - \ln \sqrt[3]{x}$

$$a) f(x) = 3 \ln x - (\ln 2 + \ln x)$$

$$= 3 \ln x - \ln 2 - \ln x$$

$$= \underbrace{2 \ln x}_a - \underbrace{\ln 2}_b$$

$$f'(x) = 2 \cdot \frac{1}{x} - 0 = \frac{2}{x}$$

$$b) f(x) = 2 \ln x + \ln 2 - \ln x$$

$$= \ln x + \underbrace{\ln 2}_b$$

$$a=1$$

$$f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$c) f(x) = \ln x^{\frac{1}{2}} - \ln x^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{1}{2} \ln x - \frac{1}{3} \ln x = \frac{1}{6} \ln x$$

$$f'(x) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{6x}$$

22.19 Ratkaise funktion $f(x) = \ln \frac{x^2 - x}{x^2 + 1}$ derivaat-
 tafunktion nollakohdat.



Mj. $\frac{x^2 - x}{x^2 + 1} > 0$

$> 0 \Rightarrow$ osittajamäärä
merkin

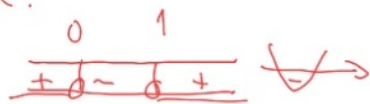
Osittajien nollakohdat:

$$x^2 - x = 0$$

$$x(x-1) = 0$$

$$x = 0 \vee x - 1 = 0$$

$$x = 1$$



Mj: $x < 0$ tai $x > 1$

$$D \ln f(x) = \frac{1}{f(x)} \cdot f'(x)$$

$$f'(x) = \frac{1}{\frac{x^2 - x}{x^2 + 1}} \cdot \frac{(2x-1)(x^2+1) - (x^2-x) \cdot 2x}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{x^2 + 1}{x^2 - x} \cdot \frac{2x + 2x - x^2 - 1 - (2x^2 - 2x^2)}{(x^2 + 1)^2}$$

$$= \frac{x^2 + 1}{x^2 - x} \cdot \frac{x^2 + 2x - 1}{(x^2 + 1)^2} = \frac{x^2 + 2x - 1}{(x^2 - x)(x^2 + 1)}$$

$$f'(x) = 0, \text{ kun } x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$x = -1 \pm \sqrt{2}$$



23.4 Määritä funktion $f(x) = x^2 e^x$ suurin ja pienin arvo välillä $[-4, 1]$.

$$f'(x) = 2xe^x + x^2 e^x$$

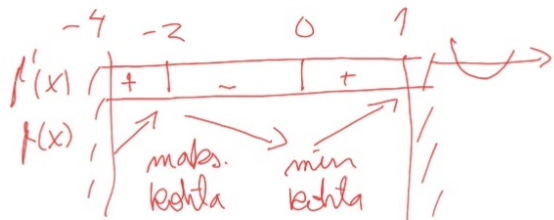
$$= e^x (2x + x^2)$$

$$f'(x) = 0, \text{ kun } 2x + x^2 = 0$$

$$x(2+x) = 0$$

$$x = 0 \vee 2+x = 0$$

$$x = -2$$



$$f(-4) = (-4)^2 \cdot e^{-4} = \frac{16}{e^4} \approx 0,29$$

$$f(-2) = (-2)^2 \cdot e^{-2} = \frac{4}{e^2} \approx 0,54$$

$$f(0) = 0^2 \cdot e^0 = 0 \quad (\text{pienin})$$

$$f(1) = 1^2 \cdot e = e \approx 2,7 \quad (\text{suurin})$$

22.20 Määritä funktion f määrittelyjoukko ja derivaattafunktio.

- a) $f(x) = \ln(\ln x)$ b) $f(x) = \lg(\ln x)$

b) Mj $\lg \frac{x}{x > 0} \Rightarrow \ln x > 0$

$$\ln x = 0, \text{ kun}$$

$$\ln e^0 = 0$$

$$x = e^0 = 1$$

\Rightarrow Mj. $x > 1$

a) $f(x) = \lg(\ln x) = \log_{10}(\ln x)$

$$f'(x) = \frac{1}{\ln 10 \cdot \ln x} \cdot \frac{1}{x}$$

$$= \frac{1}{x \ln x \ln 10}$$