Derivaatan määritelmä

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

Derivaatan määritelmä

$f'(x)=\lim_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$	funktion f derivaattafunktio
$f'(x_0)=\lim_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=\lim_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$	derivaatta kohdassa x_0

Esim. Määritä $f'(2)$ kun $f(x)=\frac{1}{3}x^2$.

$$f'(2)=\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{1}{3}(2+h)^2-\frac{1}{3}\cdot 2^2}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\overbrace{\frac{1}{3}(4+4h+h^2)}^{\cancel{\frac{4}{3}}+\frac{4}{3}h+\frac{1}{3}h^2}-\cancel{\frac{4}{3}}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{h}\left(\frac{4}{3}+\frac{1}{3}h\right)}{\cancel{h}}=\frac{4}{3}+\frac{1}{3}\cdot 0=\frac{4}{3}$$

Esim. Määritä $f'(x)$, kun $f(x)=\frac{1}{3}x^2$

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{1}{3}(x+h)^2-\frac{1}{3}x^2}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{\frac{1}{3}x^2}+\frac{2}{3}xh+\frac{1}{3}h^2-\cancel{\frac{1}{3}x^2}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{h}\left(\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}h\right)}{\cancel{h}}=\frac{2}{3}x$$

5.4 Määritä erotusosamäärää käyttäen funktion $f(x)=\sqrt{2x^4+x^2}$ derivaatta kohdassa -2.

$$f'(-2)=\lim_{h\to 0}\left(\frac{\sqrt{2(-2+h)^4+(-2+h)^2}-\sqrt{2(-2)^4+(-2)^2}}{h}\right)=-\frac{17}{3}$$

TAI

$$f'(-2)=\lim_{x\to -2}\left(\frac{\sqrt{2x^4+x^2}-\sqrt{2(-2)^4+(-2)^2}}{x+2}\right)$$

$$-\frac{17}{3}$$

$x - x_0$ - menetelmä

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Esim. $f'(1)$, kun $f(x) = 4x^2$

$$f'(1) = \lim_{x \to 1} \frac{4x^2 - 4 \cdot 1^2}{x - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{\overbrace{4x^2 - 4}^{4(x^2 - 1^2)}}{x - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{4\cancel{(x-1)}^{1}(x+1)}{\cancel{x-1}}$$