

12.18 Osoita derivaattaa käyttäen, että funktio

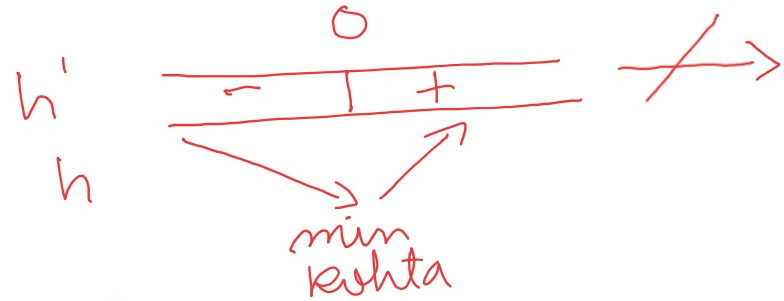
$$h(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2} + 3 \text{ saa vain positiivisia arvoja.}$$

$$h'(x) = \frac{2x(x^2 + 2) - (x^2 - 4) \cdot 2x}{(x^2 + 2)^2}$$
$$= \frac{2x^3 + 4x - (2x^3 - 8x)}{(x^2 + 2)^2}$$

$$= \frac{12x}{(x^2 + 2)^2}$$

$$h'(x) = 0, \text{ kun } 12x = 0$$
$$x = 0$$

Kulkenkaario:

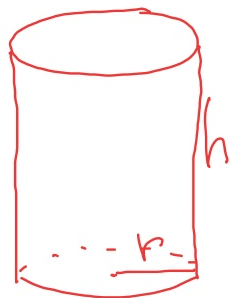


$h(x)$:n pienin arvo

$$h(0) = \frac{0^2 - 4}{0^2 + 2} + 3 = 1 > 0$$

Funktio on jatkuva kun $x \in \mathbb{R}$ ja sen pienin arvo on $1 > 0 \Rightarrow h(x)$ saa kaikkialla positiivisia arvoja

13.4 Suoran ympyrälierion muotoisen säilyketökin tilavuus on 4,0 litraa. Miten säilyketökin korkeus ja pohjan säde on valittava, jotta sen valmistamiseen kuluu mahdollisimman vähän peltiä? Anna vastaukset millimetrin tarkkuudella.



$$V = \pi r^2 h = 4000 \text{ cm}^3$$

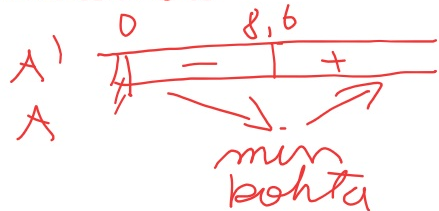
$$h = \frac{4000}{\pi r^2}$$

$$A = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot h$$

$$= 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot \frac{4000}{\pi r^2}$$

$$A(r) = 2\pi r^2 + \frac{8000}{r}$$

Kulubukaario:



$$\frac{d}{dr} \left(2\pi r^2 + \frac{8000}{r} \right)$$

$$\text{solve} \left(\frac{d}{dr} \left(2\pi r^2 + \frac{8000}{r} \right) = 0, r \right)$$

$$\text{solve} \left(\frac{d}{dr} \left(2\pi r^2 + \frac{8000}{r} \right) = 0, r \right)$$

$$\frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi - 8000}{r^2} \Big|_{r=8}$$

$$\frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi - 8000}{r^2} \Big|_{r=9}$$

$$\frac{4000}{\pi \cdot 8.602540138^2}$$

126.85

$$\frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi - 8000}{r^2} = A'(r)$$

$$\left\{ r = \frac{10 \cdot 2^{\frac{1}{3}}}{\pi^{\frac{1}{3}}} \right\}$$

$A'(r) = 0$, kun

$$\{r = 8.602540138\}$$

$$\approx \underline{\underline{8,6 \text{ cm}}}$$

$$-24.46903509$$

$$14.33190343$$

$$h = 17.20508028$$

Derivaatan merkki

$$\approx \underline{\underline{17,2 \text{ cm}}}$$