

Raja-arvon laskeminen

Esim. Määritä raja-arvot

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} 3x^2 - 5x = 3 \cdot 1^2 - 5 \cdot 1 = -2$$

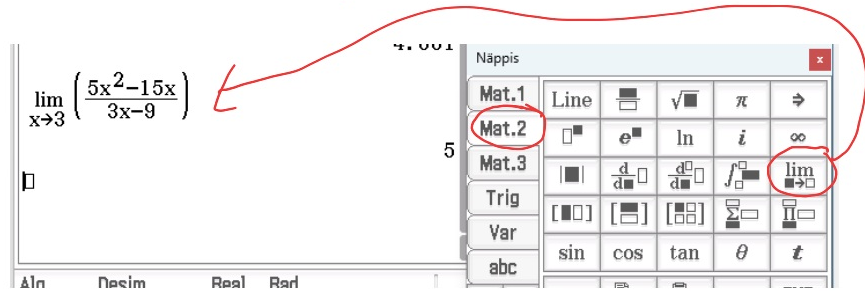
$$b) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x-2)}{x+2} = -2 - 2 = -4$$

$$c) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{6x^2 + 2x}{x + 1} = \frac{6(-1)^2 + 2(-1)}{-1 + 1} = \frac{4}{0} \rightarrow \text{ei ole raja-arvoa}$$

Esim.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{5x^2 - 15x}{3x - 9} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{5x(x-3)}{3(x-3)} = \frac{5 \cdot 3}{3} = 5$$



Tehtävään jakaminen

1. yhteinen tekijä?
2. sopiuko muuttisääntö?
3. jaa nollakohtat ja → tekijät

$$ax^m + \dots + c = 0, \text{ nollak.}$$

$$a(x-x_1)(x-x_2) \dots (x-x_m) = 0 \left\{ \begin{array}{l} x = x_1 \\ x = x_2 \\ \vdots \\ x = x_m \end{array} \right.$$

2.8

Laske raja-arvo.



$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3x^2 - 6x}{5x} \cdot \frac{10}{x^2 - 4} \right)$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{4}{1-x^2} - \frac{2}{1+x} \right)$$

$$\frac{4}{\underbrace{1-x^2}_{(1-x)(1+x)}} - \frac{2}{1+x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{4 - 2(1-x)}{(1-x)(1+x)} \right) = \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{2+2x}{(1-x)(1+x)} \right) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2(1+x)}{(1-x)(1+x)} = \frac{2}{1-(-1)} = \frac{2}{2} = 1$$

2.10



a) Määritä appletilla vakio a niin, että raja-arvo $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x + a}{x - 4}$ on olemassa. Mikä on tällöin raja-arvo?

b) Perustele laskemalla, että saamasi vakion a arvo on oikea.

$$\text{inj. } x=4 \rightarrow \begin{cases} 4^2 - 3 \cdot 4 + a = 0 \\ 4 + a = 0 \\ a = -4 \end{cases}$$

Jotta raja-arvo olisi olemassa niin osoittajassa pitää olla myös tekijä $(x-4)$, eli $x=4$ pitää olla osoittajan juuri