10. $\mathrm{D}\sin x = \cos x$
11. $\mathrm{D}\cos x = -\sin x$
12. $\mathrm{D}\tan x = \dfrac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$

Trigonometristen funktioiden derivaatta

Esim. $\mathrm{D}\,\underbrace{\sin 3x}_{g(f(x))} = \underbrace{\cos(3x)}_{g'(f(x))} \cdot \underbrace{3}_{f'(x)} = 3\cos(3x)$

$g(x) = \sin x \quad | \quad g'(x) = \cos x$

$f(x) = 3x \quad | \quad f'(x) = 3$

Esim $\mathrm{D}\cos(2x^3) = -\sin(2x^3)\cdot 6x^2 = -6x^2\sin(2x^3)$

Esim. $\mathrm{D}\sin^3(4x) = \mathrm{D}(\sin(4x))^3 = 3(\sin(4x))^2 \cdot \underbrace{(\sin(4x))'}_{\mathrm{D}\sin(4x)}$

$= 3(\sin(4x))^2 \cdot \cos(4x)\cdot 4$

$= 12\cos(4x)\sin^2(4x)$

"kolme sisäkkäistä funktiota" $(x)^3$, $(\sin(\underbrace{4x}_{4x}))^3$

18.4 Millä muuttujan x arvoilla funktion $f(x) = \cos x - \frac{1}{2}x$ arvojen muutosnopeus on nolla?

Pitää selvittää milloin $f'(x) = 0$

$f'(x) = -\sin x - \frac{1}{2}$

$-\sin x - \frac{1}{2} = 0$

$\sin x = -\frac{1}{2} \quad \left(\sin\frac{7\pi}{6} = -\frac{1}{2}\right)$

$x = \frac{7\pi}{6} + n\cdot 2\pi \ \lor\ x = \left(\pi - \frac{7\pi}{6}\right) + n\cdot 2\pi, \ n \in \mathbb{Z}$

$x = -\frac{\pi}{6} + n\cdot 2\pi, \ n \in \mathbb{Z}$

18.8 Määritä funktion $f(x) = x^2 + \sin 3x$ kuvaajalle kohtaan $x = \frac{\pi}{2}$ piirretyn tangentin yhtälö.

$f'(x) = 2x + \cos(3x) \cdot 3$

$= 2x + 3\cos(3x)$

Tangentin kulmakerroin $k = f'(\frac{\pi}{2})$

$f'(\frac{\pi}{2}) = 2 \cdot \frac{\pi}{2} + 3 \underbrace{\cos(\frac{3\pi}{2})}$

$\cos \frac{3\pi}{2} = 0$

$= \pi = k$

Sivuamispisteen y-koordinaatti:

$y = f(\frac{\pi}{2}) = (\frac{\pi}{2})^2 + \underbrace{\sin(\frac{3\pi}{2})}_{-1} = \frac{\pi^2}{4} - 1$

Tangentin yhtälö:

$y - y_0 = k(x - x_0)$

$y - (\frac{\pi^2}{4} - 1) = \pi(x - \frac{\pi}{2})$

$y - \frac{\pi^2}{4} + 1 = \pi x - \frac{\pi^2}{2}$

$y = \pi x - \frac{\pi^2}{4} - 1$

18.6 Osoita derivaattaa käyttäen, että
$\cos x - \sin x \leq \sqrt{2}$ kaikilla $x \in \mathbf{R}$.

Merk.

$$f(x) = \cos x - \sin x - \sqrt{2}$$

$$f'(x) = -\sin x - \cos x$$

nollakohdat: $-\sin x - \cos x = 0$

$$-\sin x = \cos x \quad || : \cos x$$

$$-\frac{\sin x}{\cos x} = 1$$

$$-\tan x = 1$$

$$\tan x = -1$$

solve(−sin(x)−cos(x)=0

$\left\{x=\pi\cdot\text{constn}(1)-\frac{\pi}{4}\right\}$

$$x = -\frac{\pi}{4} + n\pi$$