6.20 ★★★ ~~CAS~~

Olkoon funktion f lauseke $x^3+5t^3x-2t^2$.

Määritä

a) $\dfrac{d}{dx}f(x)$ **b)** $\dfrac{d}{dt}f(t)$.

$\dfrac{d}{dx}$ "derivoidaan muuttujan x suhteen"

$\dfrac{d}{dt}$ " ———————— ||— t —||— "

a) $\dfrac{d}{dx}\left(x^3+5t^3x-2t^2\right)=3x^2+5t^3$

b) $\dfrac{d}{dt}\left(x^3+5\underline{t}^2x-2t^2\right)=5x\cdot 2t-2\cdot 2t=10xt-4t=(10x-4)t$

Tangentin ja normaalin yhtälö

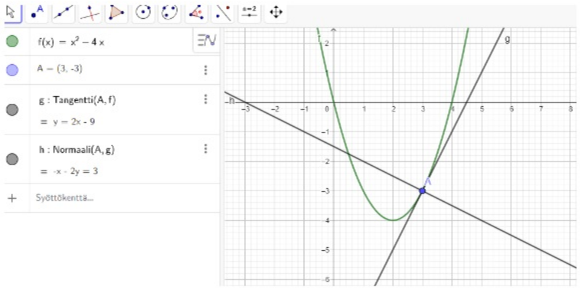
Esim. Määritä funktiolle $f(x) = x^2 - 4x$ kohtaan $x = 3$ piirretyn tangentin ja normaalin yhtälö.

1. Muodostetaan ensin $f'(x) = 2x - 4$.
2. Tangentin kulmak. $k = f'(3) = 2 \cdot 3 - 4 = 2$
3. Käyrän pisteen y-koord. $y = f(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 = -3$
4. Muodostetaan tangenttisuoran yhtälö pisteessä $(3, -3)$

Suora kulkee pisteen (x_0, y_0) kautta ja kulmak. on k, tällöin sen yhtälö on $\boxed{y - y_0 = k(x - x_0)}$

$$y - (-3) = 2(x - 3)$$
$$y + 3 = 2x - 6$$
$$\underline{y = 2x - 9}$$

Normaalin yhtälö:



Suorat l_1 ja l_2 ovat kohtisuorassa eli $l_1 \perp l_2$ kun $\boxed{k_1 \cdot k_2 = -1}$

1. normaalin kulmak. k_N, eli $k_N \cdot k_t = -1 \quad \| : 2$

$$k_N \cdot 2 = -1$$

$$k_N = -\frac{1}{2}$$

2. normaalin yhtälö:

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

$$y - (-3) = -\frac{1}{2}(x - 3)$$

$$y + 3 = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$\underline{\underline{y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}}}$$

7.4 Laske asteen tarkkuudella kulma, jossa käyrät $\underset{1}{y} = x^2 - 2$ ja $\underset{2}{y} = x^2 - 8x + 16$ leikkaavat toisensa.

Käyrien välinen kulma on tangenttien välinen kulma

MÄÄRITELMÄ

Käyrien välinen kulma

Kahden käyrän välinen kulma käyrien leikkauspisteessä on kyseiseen pisteeseen piirrettyjen tangenttien välinen kulma.

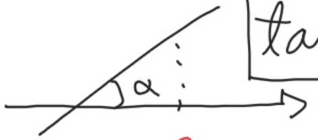
Selvitetään ensin leikkauspisteen x-koordinaatti:

$$\begin{cases} y = x^2 - 2 \\ y = x^2 - 8x + 16 \end{cases} \Rightarrow \cancel{x^2} - 2 = \cancel{x^2} - 8x + 16$$

$$8x = 18$$

$$x = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$$

Suuntakulma α

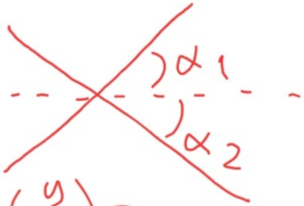


$$\boxed{\tan\alpha = k}$$

Lasketaan kummallekin funktiolle $y'\left(\frac{9}{4}\right)$ eli k_t

$$y_1' = 2x \Rightarrow y_1'\left(\frac{9}{4}\right) = 2 \cdot \frac{9}{4} = \frac{9}{2}$$

$$y_2' = 2x - 8 \Rightarrow y_2'\left(\frac{9}{4}\right) = 2 \cdot \frac{9}{4} - 8 = -\frac{7}{2}$$



$$\tan\alpha_1 = \frac{9}{2} \Rightarrow \alpha_1 =$$

$$\tan\alpha_2 = -\frac{7}{2} \Rightarrow \alpha_2 =$$

$$\alpha_1 = \arctan\left(\frac{9}{2}\right) =$$

$$\alpha_2 = \arctan\left(-\frac{7}{2}\right) =$$