

15.21 Määritä derivaattaa käyttäen funktion

$f(x) = x^2(x-7)^5$ suurin ja pienin arvo välillä $[0, 10]$.

Tutkitaan derivaatan avulla

$$\frac{d}{dx}(x^2(x-7)^5)$$

$$7 \cdot x^6 - 210 \cdot x^5 + 2450 \cdot x^4 - 13720 \cdot x^3 + 36015 \cdot x^2 - 33614 \cdot x = f'(x)$$

$$\text{solve}\left(\frac{d}{dx}(x^2(x-7)^5) = 0\right)$$

Derivaatan nollakohdat

$$\{x=0, x=2, x=7\}$$

$$7 \cdot x^6 - 210 \cdot x^5 + 2450 \cdot x^4 - 13720 \cdot x^3 + 36015 \cdot x^2 - 33614 \cdot x \Big|_{x=-1}$$

$$86016$$

$$7 \cdot x^6 - 210 \cdot x^5 + 2450 \cdot x^4 - 13720 \cdot x^3 + 36015 \cdot x^2 - 33614 \cdot x \Big|_{x=1}$$

$$-9072$$

$$7 \cdot x^6 - 210 \cdot x^5 + 2450 \cdot x^4 - 13720 \cdot x^3 + 36015 \cdot x^2 - 33614 \cdot x \Big|_{x=4}$$

$$4536$$

$$7 \cdot x^6 - 210 \cdot x^5 + 2450 \cdot x^4 - 13720 \cdot x^3 + 36015 \cdot x^2 - 33614 \cdot x \Big|_{x=8}$$

$$336$$

$$x^2(x-7)^5 \Big|_{x=0}$$

$$0$$

$$x^2(x-7)^5 \Big|_{x=2}$$

$$-12500$$

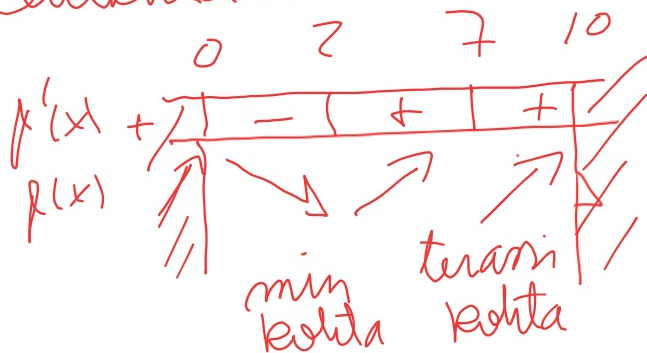
$$x^2(x-7)^5 \Big|_{x=10}$$

$$24300$$

$f'(x)$:
M
merkki

Jatkuvassa funktio- ja suljetussa välillä pätee joko suurin ja pienin arvo saadaan joko derivaatan nollakohdista tai derivaatan

Tulokseksi:



← pienin arvo $f(2)$

← suurin arvo $f(10)$

$$9. D(f(x))^n = n(f(x))^{n-1} \cdot f'(x)$$

juurifunktion derivaatta

- juuri $n\sqrt{x}$ tulkitaan potenssiksi $x^{\frac{1}{n}}$

Esim. $D\sqrt[3]{x} = DX^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}X^{\frac{1}{3}-1} = \frac{1}{3}X^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3X^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{3(\sqrt[3]{x})^2}, X \neq 0$

Esim. $D\sqrt[6]{4x-3} = D(4x-3)^{\frac{1}{6}} = \frac{1}{6}(4x-3)^{-\frac{5}{6}} \cdot 4 = \frac{4}{6}(4x-3)^{-\frac{5}{6}}$

Mj. $4x-3 \geq 0$
 $4x \geq 3$
 $x \geq \frac{3}{4}$

yhä. funktio

$$\left. \begin{array}{l} g(x) = x^{\frac{1}{6}}, f(x) = 4x-3 \\ g'(x) = \frac{1}{6}x^{-\frac{5}{6}}, f'(x) = 4 \end{array} \right\}$$

$\otimes \frac{1}{6} - 1 = -\frac{5}{6}$

$$\left. \begin{array}{l} g'(f(x)) \cdot f'(x) \end{array} \right\}^3 = \frac{2}{3(\sqrt[6]{4x-3})^5}$$

$x > \frac{3}{4}$

16.4 Derivoi funktio.



a) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x}}$, kun $x > 0$

b) $g(x) = \frac{4x+8}{\sqrt{4x+8}}$, kun $x > -2$

$$w) \frac{4x+8}{\sqrt{4x+8}} = \frac{(\sqrt{4x+8})^2}{\sqrt{4x+8}} = \sqrt{4x+8}$$