

23.16 Osoita, että  $e^{2x} \geq 1 + 2x$  kaikilla  $x$ .



$$e^{2x} - 2x - 1 \geq 0$$

merk =  $f(x)$

Etsitään  $f(x)$ :n pienin arvo

$$f'(x) = 2e^{2x} - 2$$

$$f'(x) = 0, \text{ kun } 2e^{2x} - 2 = 0$$

$$2e^{2x} = 2 \quad || :2$$

$$e^{2x} = 1$$

$$e^{2x} = e^0$$

$$2x = 0$$

$$x = 0$$

Tulokauden:

$$f'(x) \begin{array}{c} 0 \\ = - \quad + \end{array}$$

$$f'(-1) = 2e^{-2} - 2 = \frac{2}{e^2} - 2 < 0 \quad \begin{array}{l} \swarrow \text{min} \\ \searrow \text{kohda} \end{array}$$

$$f'(1) = 2e^2 - 2 > 0$$

$f(x)$ :n pienin arvo

$$f(0) = e^0 - 2 \cdot 0 - 1 = 1 - 1 = 0$$

$\Rightarrow$  Koska  $f(x)$ :n pienin arvo on 0,

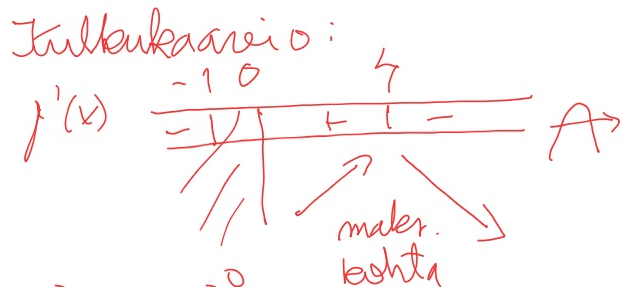
$$\text{min } e^{2x} - 2x - 1 \geq 0 \Rightarrow$$

$$\underline{e^{2x} \geq 2x + 1, \text{ kun } x \in \mathbb{R}}$$

- 23.17 Määritä [derivaattaa käyttäen] funktion  $(x^2 - x - 5)e^{-x}$  suurin ja pienin arvo, kun  $x \geq 0$ . [yo pitkä k2013]

$$\begin{aligned} \text{Olkoon } f(x) &= (x^2 - x - 5)e^{-x} \\ f'(x) &= (2x - 1)e^{-x} + (x^2 - x - 5) \cdot e^{-x} \cdot (-1) \\ &= e^{-x} (2x - 1 - x^2 + x + 5) \\ &= \underbrace{e^{-x}}_{>0} (-x^2 + 3x + 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(x) = 0, \text{ kun } & -x^2 + 3x + 4 = 0 \\ & x = -1 \vee x = 4 \end{aligned}$$

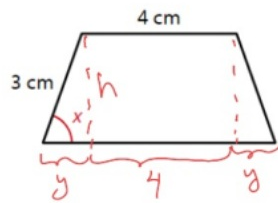


$$\begin{aligned} f(0) &= (0^2 - 0 - 5)e^{-0} = -5 \\ f(4) &= (4^2 - 4 - 5)e^4 = 7e^4 \text{ (maksimum)} \end{aligned}$$

## 20.1

E1

Suklaarasian pääty on muodoltaan tasakylkinen puolisuunnikas. Määritä asteen tarkkuudella kulma  $x$  niin, että päädyn pinta-ala on mahdollisimman suuri.



$$A = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

$$\sin x = \frac{h}{3} \Leftrightarrow h = 3 \sin x$$

$$\cos x = \frac{y}{3} \Leftrightarrow y = 3 \cos x$$

$$\begin{aligned} \text{Pinta-ala: } A &= \frac{4 + 4 + 2 \cdot (3 \cos x)}{2} \cdot 3 \sin x \\ &= \frac{8 + 2(3 \cos x)}{2} \cdot 3 \sin x \\ &= (4 + 3 \cos x) \cdot 3 \sin x \\ &= 12 \sin x + 9 \cos x \sin x \end{aligned}$$

Vast:  $63,4^\circ$

```
Define A(x)=12*sin(x)+9*cos(x)*sin(x)
```

0.5413411329

done

$$\frac{d}{dx}(A(x))$$

$$\text{solve}\left(\frac{d}{dx}(A(x))=0\right)$$

$$\{x=360 \cdot \text{constn}(1) - 63.35875577, x=360 \cdot \text{constn}(2) + 63.35875577\}$$

$$\frac{d}{dx}(A(x))|_{x=50}$$

0.1073485302

$$\frac{d}{dx}(A(x))|_{x=70}$$

-0.04869744843

Kulkenkaappio:

 $A'$ 

 $A$ 

maas.  
kohta

huom!  
auttaa



```
fMax(12*sin(x)+9*cos(x)*sin(x), x, 0, 360)
```

```
{MaxValue=14.33314853, x=63.35875577}
```

24.2



Kofeiinin puoliintumisaika elimistössä on aineenvaihdunnasta riippuen noin 6 tuntia.

Josef juo illalla kello 19.30 tölkillisen (33 cl) energiajuomaa. Energiajuoman kofeiinipitoisuus on 32 mg/100 ml.

- a) Muodosta funktio, joka ilmaisee kofeiinin määrän elimistössä  $t$  tunnin kuluttua.
- b) Millä nopeudella kofeiinin määrä pienenee kello 23.30?

$$\text{Kofeiinin määrä} = (33 \text{ cl} = 330 \text{ ml}) \\ 32 \text{ mg} \cdot 3,3 =$$

Määrä puoliintuu  $\rightarrow$  jäljellä 50%  $\rightarrow$

tulee 0,5-kertaisiksi kussakin tunnissa

$$a) (32 \cdot 3,3) \text{ mg} \cdot 0,5^{\frac{t}{6}} = \underline{\underline{105,6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}}}} = m(t)$$

b) Pienenemisnopeutta kysäen määrän derivaatta.

$$19.30 \rightarrow 23.30 = 4 \text{ tuntia}$$

$$\text{Pitää selvittää } m'(4) =$$

# Kokeenta

A-osa:

Vast. 3

1. yhdistetty funktio  $(f \circ g)(x) \dots$
2. perusderivoiminen
3. kulma akselin kanssa
4. aidosti kasvava/vähenevä

B-osa:

3. vast.

- Sovellusjuuripunktiosta
- -||- lig.  $f$ .
- -||- eksponenttif.
- parametrihkt.