

14.13 Tulkitse funktio h yhdistetyksi funktioksi

$$h(x) = (u \circ s)(x).$$

a) $h(x) = (x^4 - x^2)^8$

b) $h(x) = \frac{1}{(x^2 + 2x)^5}$

a) $u(x) = x^8$, $s(x) = x^4 - x^2$

b) $u(x) = \frac{1}{x^5} = x^{-5}$, $s(x) = (x^2 + 2x)$

14.20 Funktiot f ja g määritellään seuraavasti:

$$f: f(x) = 5x + 3,$$

$$g: g(x) = 3x + k, \text{ missä } k \text{ on vakio.}$$

Määritä k siten, että $f \circ g$ ja $g \circ f$ ovat sama funktio. [yo pitkä k1979]

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= 5(3x + k) + 3 \\ &= \underline{15x} + \underline{5k + 3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= 3(5x + 3) + k \\ &= \underline{15x} + \underline{9 + k}\end{aligned}$$

$$(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x), \text{ kun}$$

$$5k + 3 = 9 + k$$

$$4k = 6$$

$$k = \frac{6}{4} = \underline{\underline{\frac{3}{2}}}$$

$$6. Dg(f(x)) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$$

Erin. $D(3x^2 - 4x)$ ⁵ yhdistetyn funktion derivaatta

Merk. $g(x) = x^5$, $f(x) = 3x^2 - 4x$
 $g'(x) = 5x^4$, $f'(x) = 6x - 4$

$$Dg(f(x)) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$$
$$\rightarrow 5(3x^2 - 4x)^4 \cdot (6x - 4) =$$

$$\underline{\underline{(30x - 20)(3x^2 - 4x)^4}}$$

Exam. D $\frac{1}{(x^3 - 5x)^4}$

$$Dg(f(x)) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$$

Merke.

$$g(x) = \frac{1}{x^4} = x^{-4}$$

$$g'(x) = -4x^{-5} = \frac{-4}{x^5}$$

$$f(x) = x^3 - 5x$$

$$f'(x) = 3x^2 - 5$$

$$\rightarrow \frac{-4}{(x^3 - 5x)^5} \cdot (3x^2 - 5) =$$

$$\frac{-4(3x^2 - 5)}{(x^3 - 5x)^5}$$

15.7



Derivoi.

a) $x^3(5x^2+1)^6$

b) $(3x-5)(4x+2)^7$

$$D(\underbrace{a(x)}_{g(f(x))} \cdot \underbrace{b(x)}_{f(x)}) = a' \cdot b + a \cdot \underbrace{b'}_{g'(f(x)) \cdot f'(x)}$$

15.8



Derivoi.

a) $\frac{(x^2+1)^3}{2x^2}$

b) $\frac{3x^4}{(x-5)^8} \left(\frac{a(x)}{b(x)} \right)' = \frac{a' \cdot b - a \cdot b'}{b^2}$

$$g'(f(x)) \cdot f'(x)$$

$$D\left(\frac{3x^4}{(x-5)^8}\right) = \frac{12x^3 \cdot (x-5)^8 - 3x^4 \cdot (8(x-5)^7 \cdot 1)}{((x-5)^8)^2}$$

$$= \frac{12x^3 \cdot (x-5)^7 \cdot ((x-5) - 2x)}{(x-5)^{16}} = \frac{12x^3 \cdot (x-5)^7 \cdot (-x-5)}{(x-5)^{16}}$$