Derivaatan määritelmä

$f'(x) = \lim_{h\to 0} \dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$	funktion f derivaattafunktio
$f'(x_0) = \lim_{h\to 0} \dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \lim_{x\to x_0} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$	derivaatta kohdassa x_0

Esim. Määritä $f'(3)$, kun $f(x) = x^2 - 4x$. Käyttäen $x - x_0$ menetelmää

$$f'(3) = \lim_{x\to 3} \frac{x^2-4x-(3^2-4\cdot 3)}{x-3} = \lim_{x\to 3} \frac{x^2-4x+3}{x-3} = \text{"}\frac{0}{0}\text{"} = \lim_{x\to 3} \frac{(x-1)\cancel{(x-3)}}{\cancel{x-3}} = 3-1 = \underline{\underline{2}}$$

Etsitään osoittajan nollakohdat $x^2-4x+3=0$

$x=1 \lor x=3$

* aina h-menetelmällä

Esim. Määritä funktion $f(x) = \frac{1}{3}x^2$ derivaattafunktio $f'(x)$.

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{1}{3}(x+h)^2 - \frac{1}{3}x^2}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{1}{3}(x^2+2xh+h^2) - \frac{1}{3}x^2}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\frac{2}{3}xh + \frac{1}{3}h^2}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{h}(\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}h)}{\cancel{h}} = \underline{\underline{\frac{2}{3}x}}$$

$$\frac{\cancel{\frac{1}{3}x^2} + \frac{2}{3}xh + \frac{1}{3}h^2 - \cancel{\frac{1}{3}x^2}}{h}$$

5.4 Määritä erotusosamäärää käyttäen funktion $f(x)=\sqrt{2x^4+x^2}$ derivaatta kohdassa -2.

$x-x_0$ menetelmä

$$f'(-2)=\lim_{x\to -2}\left(\frac{\sqrt{2x^4+x^2}-\sqrt{2(-2)^4+(-2)^2}}{x+2}\right)$$

h - menetelmä

$$-\frac{17}{3}$$

$$f'(-2)=\lim_{h\to 0}\left(\frac{\sqrt{2(-2+h)^4+(-2+h)^2}-\sqrt{2(-2)^4+(-2)^2}}{h}\right)$$

$$-\frac{17}{3}$$