

19.12 Määritä funktion $f(x) = 2 \sin x + \cos 2x$



suurin ja pienin arvo. [yo pitkä s1996]

$\sin x = n$ jakso 2π
ja $\cos 2x = m$ jakso π

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2 \cos x - \sin(2x) \cdot 2 \\ &= 2 \cos x - 2 \frac{\sin 2x}{2 \sin x \cos x} \\ &= 2 \cos x (1 - 2 \sin x) \quad (=0, \text{ kun}) \end{aligned}$$

$$2 \cos x = 0 \quad \vee \quad 1 - 2 \sin x = 0$$

$$\cos x = 0 \quad \vee \quad \sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{2} + m \cdot 2\pi$$

$$x = \frac{\pi}{6} + m \cdot 2\pi \quad \vee \quad x = \left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) + m \cdot 2\pi, m \in \mathbb{Z}$$

Tulokset välillä $[0, 2\pi]$

$$\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

lasketaan.

$$f(0)$$

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{2}$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{3}{2} \quad (\text{maksimi})$$

$$f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -3 \quad (\text{minimi})$$

$$f(2\pi)$$

19.16 Määritä derivaattaa käyttäen funktion

$$f(x) = 3\cos 2x - 3\sin^2 x \text{ suurin ja pienin arvo.}$$

Millä muuttujan arvoilla nämä saavutetaan?

```
Define f(x)=3*cos(2x)-3*(sin(x))^2
done
d/dx (f(x))
-6*cos(x)*sin(x)-6*sin(2*x)
solve(d/dx (f(x))=0)
{x=pi*constn(1)/2}
```

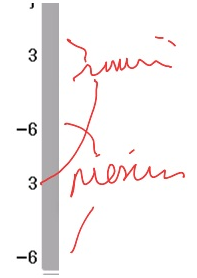
Tarkastellaan väliä

$$[0, 2\pi]$$

```
f(x) | x=0
f(x) | x=pi/2
f(x) | x=pi
f(x) | x=3pi/2
```

$$x = \frac{n \cdot \pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

Kulmat $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$



Neperin luku e

- on päätymätön derivoaliluku $e \approx 2,718 \dots$

- määrittely siten että De^x , kun $x=0$ on 1

$$\Rightarrow \boxed{De^x = e^x}$$

\Rightarrow luonnollinen logaritmi $\log_e = \ln$

$$\boxed{a^x = y \Leftrightarrow x = \log_a y}$$

$$\boxed{e^x = y \Leftrightarrow x = \ln y}$$

$$\boxed{Da^x = a^x \ln a}$$

21.5 Derivoi.



a) $e^{\frac{x}{2}}$ b) $e^{\frac{1}{2}x^2}$ c) $\frac{1}{2}e^{x^2}$ d) e^{-x^2+x}

a) $g(x) = e^x$, $f(x) = \frac{x}{2} = \frac{1}{2}x$

$g(x) = e^x$, $f'(x) = \frac{1}{2}$

$De^{\frac{x}{2}} = e^{\frac{x}{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}$

$g'(f(x)) \cdot f'(x)$

$$De^{f(x)} = e^{f(x)} \cdot f'(x)$$

b) $De^{\frac{1}{2}x^2} = e^{\frac{1}{2}x^2} \cdot x = xe^{\frac{1}{2}x^2}$

d) $De^{-x^2+x} = e^{-x^2+x} \cdot (-2x+1)$
 $= (-2x+1)e^{-x^2+x}$

21.8 Määritä funktion f derivaattafunktion nollakohdat.



a) $f(x) = 2x - e^{3x}$ **b)** $f(x) = x^2 e^{2x}$

$$\begin{aligned} \text{a) } f'(x) &= 2 - e^{3x} \cdot 3 \\ &= 2 - 3e^{3x} \end{aligned}$$

$$2 - 3e^{3x} = 0$$

$$-3e^{3x} = -2 \quad \parallel : (-3)$$

$$e^{3x} = \frac{2}{3} \quad \parallel \ln$$

$$3x = \ln\left(\frac{2}{3}\right) \quad \parallel : 3$$

$$x = \frac{\ln\left(\frac{2}{3}\right)}{3}$$
