

9.14 Funktio  $f(x) = x^4 - 3x^3 + x^2$  on määritelty



välillä  $[-2, 2]$ . Määritä funktion arvojoukko.

$$f'(x) = 4x^3 - 9x^2 + 2x \\ = x(4x^2 - 9x + 2)$$

$$f'(x) = 0, \text{ kun } x = 0 \vee$$

$$4x^2 - 9x + 2 = 0$$

$$x = \frac{1}{4} \vee x = 2$$

Julkukaavio -2 0  $\frac{1}{4}$  2

$$4x^2 - 9x + 2$$

$$f'(x)$$

$$f(x)$$

	-	+	+	-	
	+	-	-	+	
	-	+	-	+	

↘ ↗ ↘

$$\begin{aligned} f(-2) &= 44 \\ f(0) &= 0 \\ f\left(\frac{1}{4}\right) &= \\ f(2) &= -4 \end{aligned} \Rightarrow$$

Arvojoukko  $[-4, 44]$

9.18 Määritä derivaattaa käyttäen funktion



$f(x) = x^3 - 12x^2$  suurin ja pienin arvo välillä

$] -10, 2[$ .

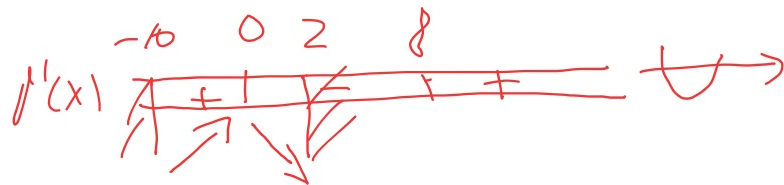
$$f'(x) = 3x^2 - 24x$$
$$= x(3x - 24)$$

$$f'(x) = 0, \text{ kun } x = 0 \vee$$

$$3x - 24 = 0$$

$$x = 8$$

Julkenkaavio

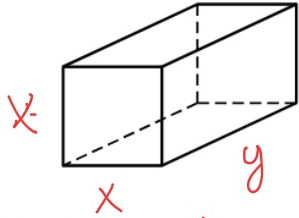


Suurin arvo:  $f(0) = 0$

Funktiolla ei ole pienintä arvoa, sillä se ei ole määritelty kun  $x = -10 \vee x = 2$ .

## 10.4

Rautalangasta taivutetaan suorakulmaisen särmiön muotoinen lampunvarjostimen kehikko, jonka pääty on neliö. Miten varjostimen mitat pitää valita, jotta varjostimen pinta-ala olisi mahdollisimman suuri? Rautalankaa on käytettävissä 3,0 metriä.



3,0 m keuhkuruus:

$$8x + 4y = 3 \Leftrightarrow y = 3 - 8x$$

Pinta-ala:  $A = 2x^2 + 4xy$

$$A(x) = 2x^2 + x(3 - 8x)$$

$$= -6x^2 + 3x$$

$$0 \leq x \leq \frac{3}{8}$$

lasketaan  $A(x)$ :n suurin arvo:

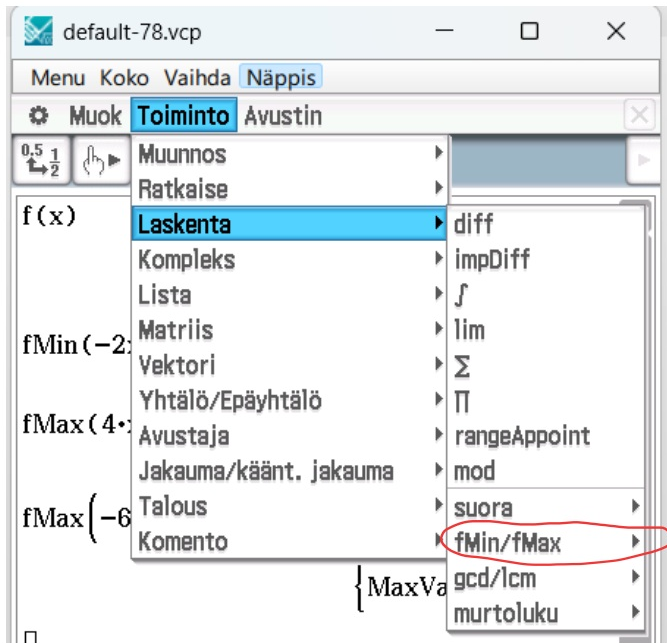
$$A'(x) = -12x + 3$$

$$A'(x) = 0, \text{ kun } x = \frac{1}{4}$$

0	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$
---	---------------	---------------

$A'(x)$	+	-	
$A(x)$	↖ maks. kohta ↗		

$V: x = 0,25 \text{ m}, y = 0,25 \text{ m}$



$$f_{\text{Max}}\left(-6x^2+3x, x, 0, \frac{3}{8}\right)$$

{MaxValue=10, x=3}

$$\left\{ \text{MaxValue} = \frac{3}{8}, x = \frac{1}{4} \right\}$$

*Handwritten notes in red:*  
 - "punketto" (point) with an arrow pointing to the function expression.  
 - "väli" (interval) with an arrow pointing to the domain [0, 3/8].  
 - "muuttuja" (variable) with an arrow pointing to the variable x in the function expression.

## 10.9

Elokvateatteriketju on tehnyt tutkimuksen elokuva lipun hinnan vaikutuksesta katsojamääriin. Tutkimuksen mukaan kävijöitä on viikon aikana 8200 henkeä, kun lipun hinta on 7 euroa. Jokainen 1 euron hinnankorotus vähentää viikon kävijämäärää 360 hengellä ja vastaavasti jokainen 1 euron hinnanalennus lisää kävijämäärää 360 hengellä. Millä lipun hinnalla viikon myyntitulot ovat mahdollisimman suuret? Kuinka monta lippua tällöin myydään viikossa?

alkuperäisen hinnan  
korotus  $x \in$   
uusi hinta  $(7 + x) \in$   
-||- kävijämäärä  $8200 - 360x$

\* myyntitulo = hinta  $\cdot$  määrä

$$M(x) = (7 + x)(8200 - 360x)$$