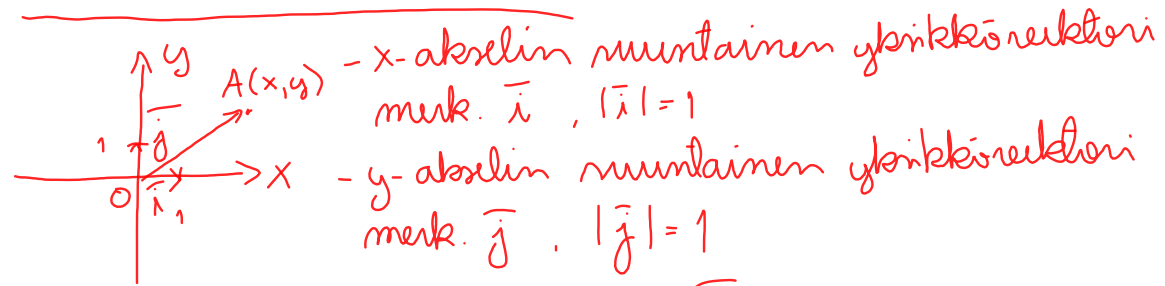


Vektorit koordinaatistena

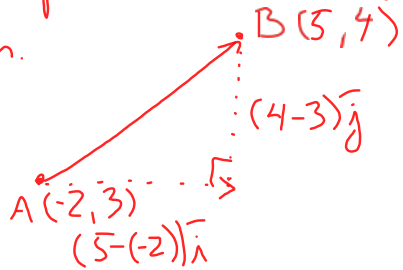


Pisteen A paikkavektori $\overline{OA} = x\bar{i} + y\bar{j}$

Esim. Pisteen $P(-3, 4)$ paikkavektori $\overline{OP} = -3\bar{i} + 4\bar{j}$

Kahden pisteen välinen vektori.

Esim.



$$\begin{aligned}\overline{AB} &= (5 - (-2))\bar{i} + (4 - 3)\bar{j} \\ &= 7\bar{i} + \bar{j}\end{aligned}$$

Vektorin pituus:

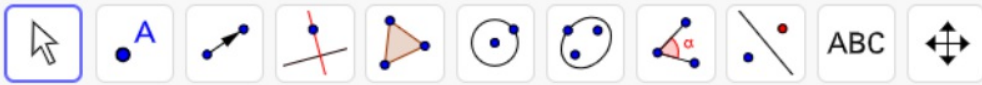
Esim $|\overline{AB}| = \sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = \underline{\underline{5\sqrt{2}}}$

Vektorit koordinaatistossa

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + \cancel{a_z \vec{k}} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ \cancel{a_z} \end{bmatrix} \quad \vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + \cancel{b_z \vec{k}} = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ \cancel{b_z} \end{bmatrix} \quad \vec{c} = c_x \vec{i} + c_y \vec{j} + \cancel{c_z \vec{k}} = \begin{bmatrix} c_x \\ c_y \\ \cancel{c_z} \end{bmatrix}$$

\vec{i} , \vec{j} ja \vec{k} ovat xyz-koordinaatiston yksikkövektorit

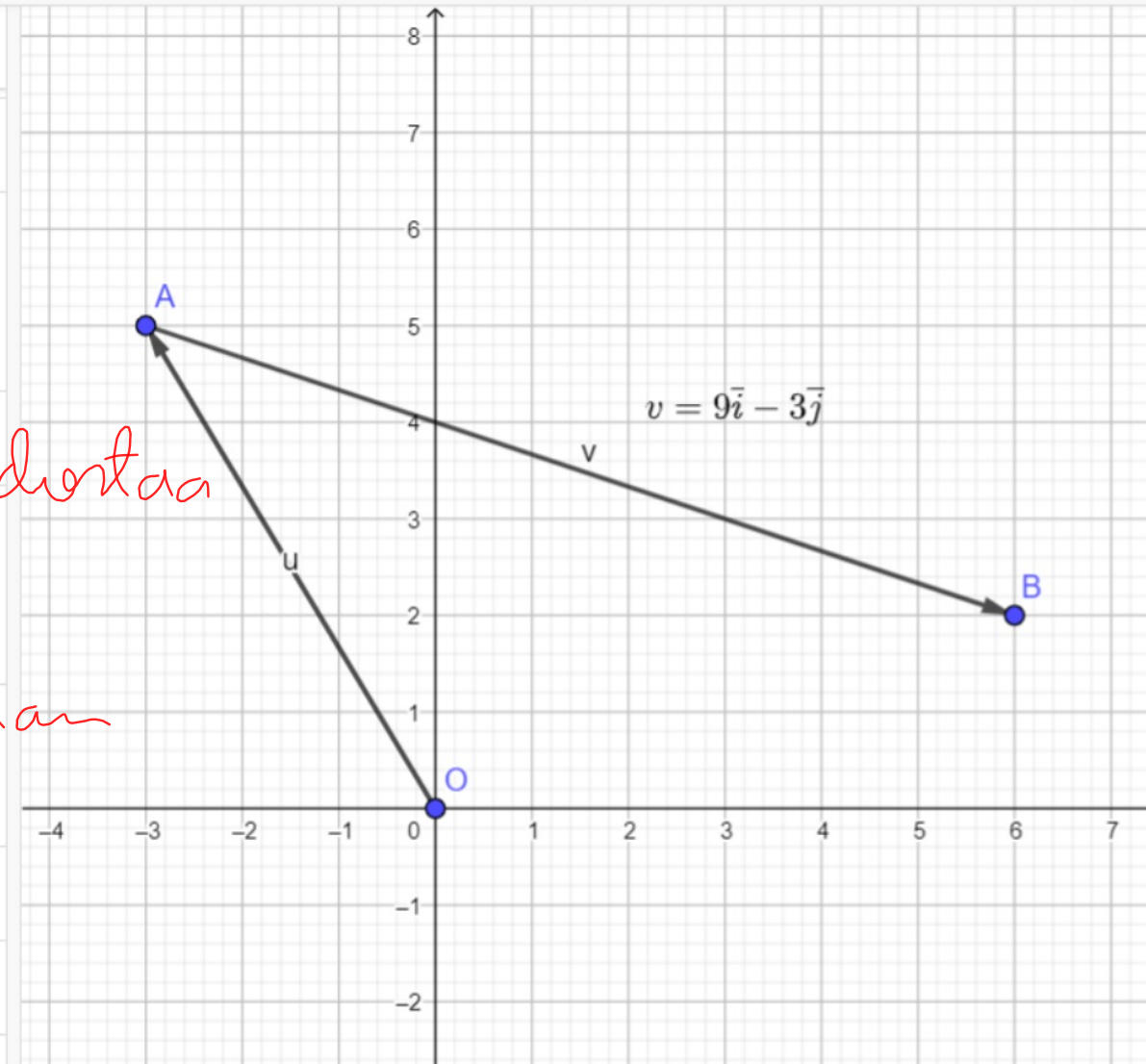
paikkavektori	$\vec{OA} = \vec{a}$, jos $A = (a_x, a_y, \cancel{a_z})$
pituus	$ \vec{a} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + \cancel{a_z^2}} = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}$
identtisyys	$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow (\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b} \wedge \vec{a} = \vec{b}) \Leftrightarrow (a_x = b_x \wedge a_y = b_y \wedge \cancel{a_z = b_z})$
pisteiden välinen vektori	$\vec{AB} = (b_x - a_x) \vec{i} + (b_y - a_y) \vec{j} + \cancel{(b_z - a_z) \vec{k}}$ jos $A = (a_x, a_y, \cancel{a_z})$ ja $B = (b_x, b_y, \cancel{b_z})$
summa (erotus)	$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_x \pm b_x) \vec{i} + (a_y \pm b_y) \vec{j} + \cancel{(a_z \pm b_z) \vec{k}}$



●	$A = (-3, 5)$	≡
●	$O = (0, 0)$	⋮
●	$u = \text{Vektori}(O, A)$	⋮
●	$= \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix} = -3\vec{i} + 5\vec{j}$	
●	$B = (6, 2)$	⋮
●	$v = \text{Vektori}(A, B)$	⋮
●	$= \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix} = 9\vec{i} - 3\vec{j}$	
●	$d = \text{Pituus}(v)$	⋮
●	$= 9.4868329805$	
●	$\text{teksti1} = "v = 9\vec{i} - 3\vec{j}"$	⋮
+	Syöttökenttä...	

voidaan muodostaa

kirjoitetaan



Menu Koko Vaihda Näppis

Muok Toiminto Interakt

0,5 1/2

[-3 5] ⇒ u
 $-3\bar{i} + 5\bar{j}$

[9 -3] ⇒ v

norm(v)

norm(u)

norm(v)

norm([7 1])

9.486832981

5·√2

Näppis

Mat.1	Line	$\frac{\square}{\square}$	$\sqrt{\square}$	π	⇒
Mat.2	\square^{\square}	e^{\square}	ln	i	∞
Mat.3	$\int \square$	$\frac{d}{d\square}$	$\frac{d^2}{d\square^2}$	$\int \square$	lim
Trig	[]	[]	[]	Σ	\int
Var	sin	cos	tan	θ	t
abc	←	□	□	ans	EXE

rektori muistiin

desim.

Menu Koko Vaihda Näppis

Muok Toiminto Interakt

0,5 1/2

[-3 5] ⇒

[9 -3] ⇒

norm(v)

norm(u)

norm(v)

norm([7 1])

□

Muunnos

Lisätoim

Laskenta

Kompleks

Luett

Matriis

Vektori

Yhtälö/Epäyhtälö

Avustaja

Jakauma/käänt. jakauma

Talous

Komento

augment

fill

dim

unitV

angle

norm

crossP

dotP

toRect

toPol

toSph

toCyl

[-3 5]

[9 -3]

3·√10

√34

332981

5·√2

pituus

2*u

(-3)*v

2u-3v

□

5·v 2

[-6 10] = $-6\bar{i} + 10\bar{j}$

[-27 9]

[-33 19] = $-33\bar{i} + 19\bar{j}$

15.18 Yhtälö $y = ax^2 - 8ax + 16a - 3$, missä $a \neq 0$, määrittele paraabeliparven. Osoita, että parven paraabeleilla on yhteinen huippupiste. Mikä tämä piste on?

Sijaitetaan huipun koordinaatit

$$-3 = a \cdot 4^2 - 8 \cdot a \cdot 4 + 16a - 3$$

$$-3 = 16a - 32a + 16a - 3$$

$$-3 = -3 \text{ (identtisesti tosi)}$$

TAI huippumuodon avulla:

$$y - y_0 = a(x - x_0)^2$$

$$y + 3 = a(x^2 - 8x + 16) - 2x \cdot 4 + 4^2$$

$$y + 3 = a(x - 4)^2$$

K2. Sievennä lauseke CAS-laskimella ja perustele laskimen antama tulos välivaiheineen.

a) $|2a| - |-7a|$ b) $\frac{-16a}{|4a|}$, kun $a \neq 0$

c) $|10 - 5a|$, kun $a > 2$

The screenshot shows a graphing calculator interface. At the top, there is a toolbar with various drawing tools. Below it, a control panel shows the value of $a = 2.2$ and a slider for a ranging from -5 to 5. The function $f: y = 2.2x^2 - 8 \cdot 2.2x + 16 \cdot 2.2 - 3$ is entered. The graph shows a parabola opening upwards on a coordinate grid. The vertex of the parabola is marked with a red circle and labeled 'f'. A horizontal line is drawn at $y = 5$, and a point on this line is marked with a black circle and labeled 'a = 2.2'. The vertex of the parabola is at $(4, -3)$, which is circled in red. Handwritten red text next to the vertex says 'huippu (4, -3)'. Another handwritten red note says 'ehdolla'. Below the graph, a CAS keypad is visible, with 'Mat.3' circled in red. The keypad shows the input $|10 - 5a|$ and the output $5 \cdot a - 10$. A red arrow points from the handwritten note 'ehdolla' to the CAS keypad.

K7. Sievennä lauseke $\frac{2|x^2-10x+25|}{|x-5|}$, kun
 a) $x > 5$ b) $x < 5$.

c) kun $x > 5$, niin
 $x-5 > 0$, jolloin $|x-5| = x-5$

lauseke saa muodon

$$\frac{2(x-5)^2}{\cancel{x-5}} = \underline{\underline{2x-10}}$$

b) kun $x < 5$, niin

$x-5 < 0$, jolloin $|x-5| = -(x-5)$

lauseke saa muodon

$$\frac{2(x-5)^2}{-(\cancel{x-5})} = -2(x-5) = \underline{\underline{-2x+10}}$$

* Mikä tahansa luvun toiseen potenssiin on aina positiivinen (tai 0)

$$\left. \begin{aligned} x^2 - 10x + 25 &= \\ x^2 - 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 &= \\ \underbrace{(x-5)^2}_{\geq 0 \text{ eli } \geq 2} &\neq \\ |x^2 - 10x + 25| &= (x-5)^2 \end{aligned} \right\}$$

K10. ~~CAS~~

Ratkaise yhtälöryhmä.

$$\begin{cases} -x+2y+z=-5 \\ 2x-3y-z=7 \\ 2x-y-z=15 \end{cases} \begin{matrix} \text{I} \\ \text{II} \end{matrix}$$

$$\text{I} \begin{cases} -x+2y+z=-5 \\ + (2x-3y-z=7) \end{cases}$$

$$x-y = 2$$

$$\text{II} \begin{cases} -x+2y+z=-5 \\ + (2x-y-z=15) \end{cases}$$

$$x+y = 10$$

$$\begin{cases} x-y=2 \\ + (x+y=10) \end{cases}$$

$$2x = 12 \quad || :2$$

$$\underline{\underline{x=6}}$$

$$6-y=2 \Leftrightarrow \underline{\underline{y=4}}$$

$$* -6+2 \cdot 4+z=-5$$

$$\underline{\underline{z = -5+6-8 = -7}}$$

$$\text{Vast. } \begin{cases} x=6 \\ y=4 \\ \underline{\underline{z=-7}} \end{cases}$$

- K22. Suora kulkee pisteen $(3, -5)$ kautta ja on kohtisuorassa suoraa $12x - 8y + 26 = 0$ vastaan.
Muodosta suoran yhtälö.

Selvitetään ensin suoran $12x - 8y + 26 = 0$

kulmakertoimen k_1 ,

$$k_1 = \frac{3}{2}$$

Oikean kohtisuoran suoran kulmakertoimen k_2 , tällöin

$$k_1 \cdot k_2 = -1$$

$$\Rightarrow k_2 = -\frac{2}{3}$$

Suoran yhtälö on muotoa

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

$$y + 5 = -\frac{2}{3}(x - 3)$$

$$y + 5 = -\frac{2}{3}x + 2$$

$$y = -\frac{2}{3}x - 3$$

$$-8y = -12x - 26 \quad || :(-8)$$

$$y = \frac{12}{8}x + \frac{26}{8}$$

$$y = \frac{3}{2}x + \frac{13}{4}$$

k_1