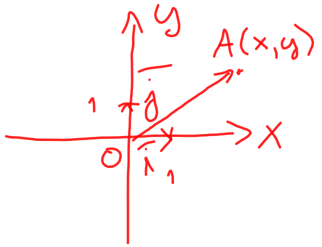
Vektorit koordinaatistossa



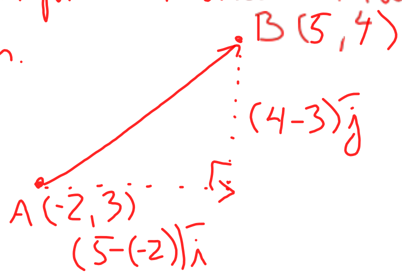
- x-akselin suuntainen yksikkövektori
  merk. $\bar{i}$, $|\bar{i}| = 1$
- y-akselin suuntainen yksikkövektori
  merk. $\bar{j}$, $|\bar{j}| = 1$

Pisteen A paikkavektori $\overline{OA} = x\bar{i} + y\bar{j}$

Esim. Pisteen $P = (-3, 4)$ paikkavektori $\overline{OP} = -3\bar{i} + 4\bar{j}$

Kahden pisteen välinen vektori.

Esim.



$$\overline{AB} = (5-(-2))\bar{i} + (4-3)\bar{j}$$
$$= 7\bar{i} + \bar{j}$$

Vektorin pituus:

Esim. $|\overline{AB}| = \sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = \underline{\underline{5\sqrt{2}}}$

Vektorit koordinaatistossa

$\bar{a} = a_x\bar{i} + a_y\bar{j} + \cancel{a_z}\bar{k} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ \cancel{a_z} \end{bmatrix}$	$\bar{b} = b_x\bar{i} + b_y\bar{j} + \cancel{b_z\bar{k}} = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ \cancel{b_z} \end{bmatrix}$	$\bar{c} = c_x\bar{i} + c_y\bar{j} + \cancel{c_z}\bar{k} = \begin{bmatrix} c_x \\ c_y \\ \cancel{c_z} \end{bmatrix}$

$\bar{i}$, $\bar{j}$ ja $\bar{k}$ ovat *xyz*-koordinaatiston yksikkövektorit

paikkavektori	$\overrightarrow{OA} = \bar{a}$, jos $A = (a_x,\ a_y,\ \cancel{a_z})$
pituus	$\lvert\bar{a}\rvert = \sqrt{a_x{}^2 + a_y{}^2 + \cancel{a_z{}^2}} = \sqrt{\bar{a}\cdot\bar{a}}$
identtisyys	$\bar{a} = \bar{b} \Leftrightarrow \left(\bar{a} \uparrow\uparrow \bar{b} \wedge \lvert\bar{a}\rvert = \lvert\bar{b}\rvert\right) \Leftrightarrow (a_x = b_x \wedge a_y = b_y \wedge a_z = b_z)$
pisteiden välinen vektori	$\overline{AB} = (b_x - a_x)\bar{i} + (b_y - a_y)\bar{j} + \cancel{(b_z - a_z)\bar{k}}$ jos $A = (a_x,\ a_y,\ \cancel{a_z})$ ja $B = (b_x,\ b_y,\ \cancel{b_z})$
summa (erotus)	$\bar{a} \pm \bar{b} = (a_x \pm b_x)\bar{i} + (a_y \pm b_y)\bar{j} + \cancel{(a_z \pm b_z)\bar{k}}$

A = (-3, 5)

O = (0, 0)

u = Vektori(O, A)

$= \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix} = -3\bar{i} + 5\bar{j}$

B = (6, 2)

voidaan muodostaa

v = Vektori(A, B)

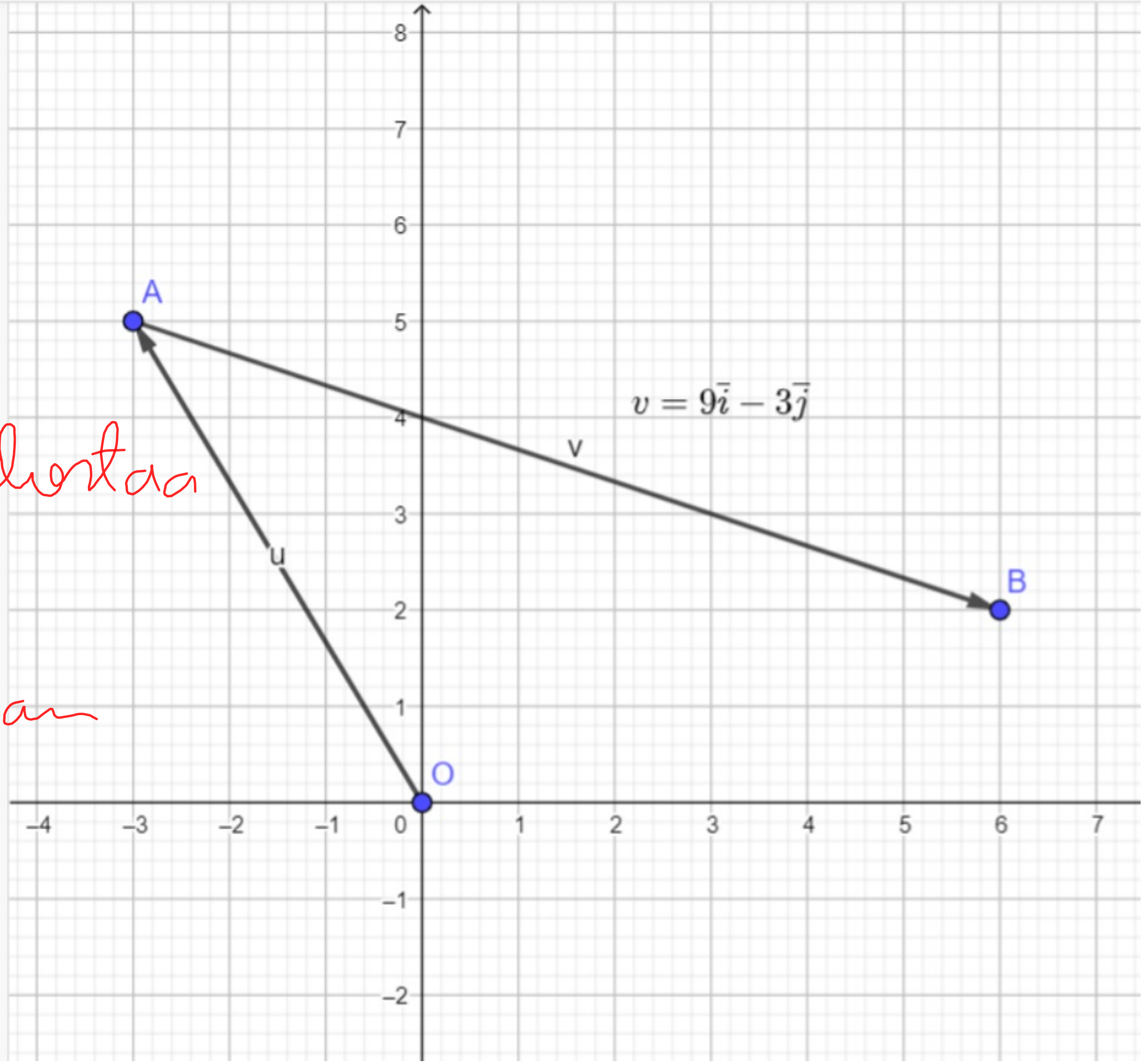
$= \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix} = 9\bar{i} - 3\bar{j}$

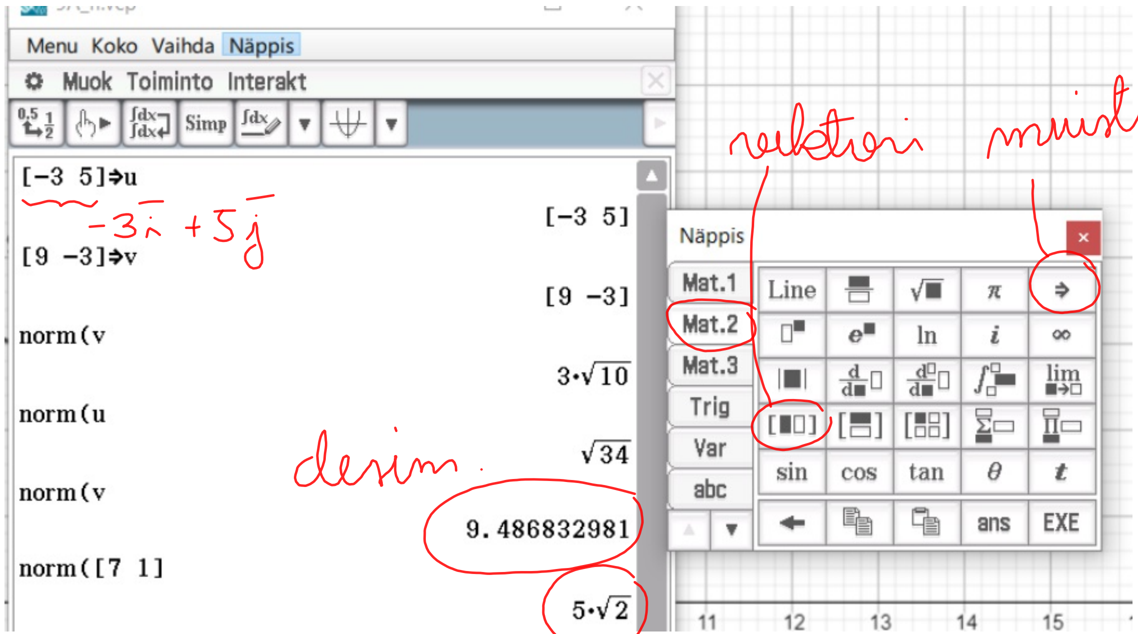
d = Pituus(v) kirjoittaa

= 9.4868329805

teksti1 = "$v = 9\bar{i} - 3\bar{j}$"

\+ Syöttökenttä...





vektori

muistiin

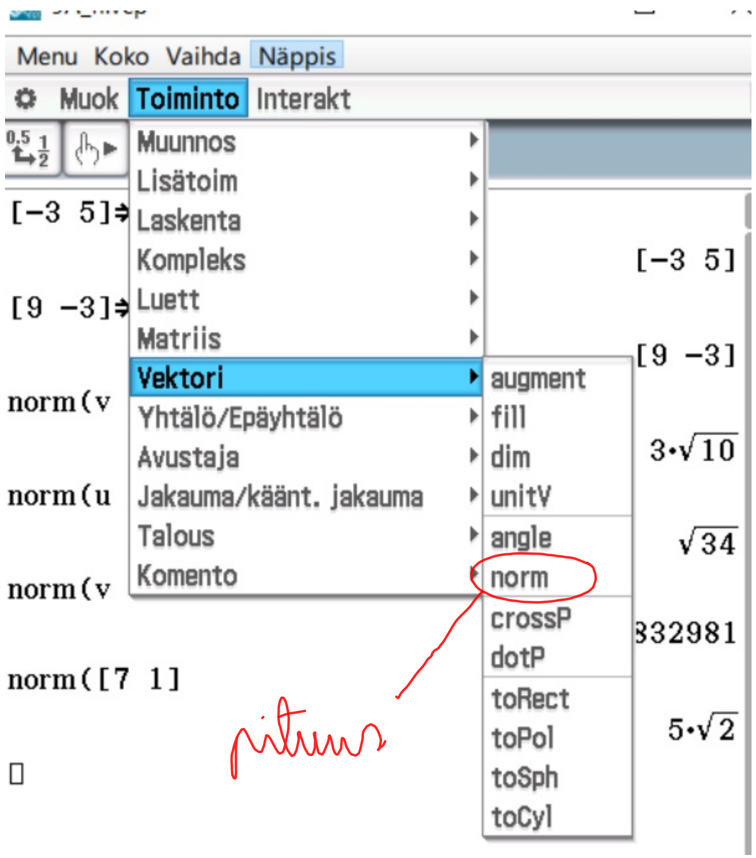
$-3\bar{i} + 5\bar{j}$

desim.

tarkka

$= -6\bar{i} + 10\bar{j}$

$= -33\bar{i} + 19\bar{j}$



pituus

15.18 Yhtälö $y = ax^2 - 8ax + 16a - 3$, missä $a \neq 0$, määrittelee paraabeliparven. Osoita, että parven paraabeleilla on yhteinen huippupiste. Mikä tämä piste on?

Sijoitetaan huipun koordinaatit

$$-3 = a\cdot 4^2 - 8\cdot a\cdot 4 + 16a - 3$$

$$-3 = 16a - 32a + 16a - 3$$

$$-3 = -3 \quad (\text{identtinen tosi})$$

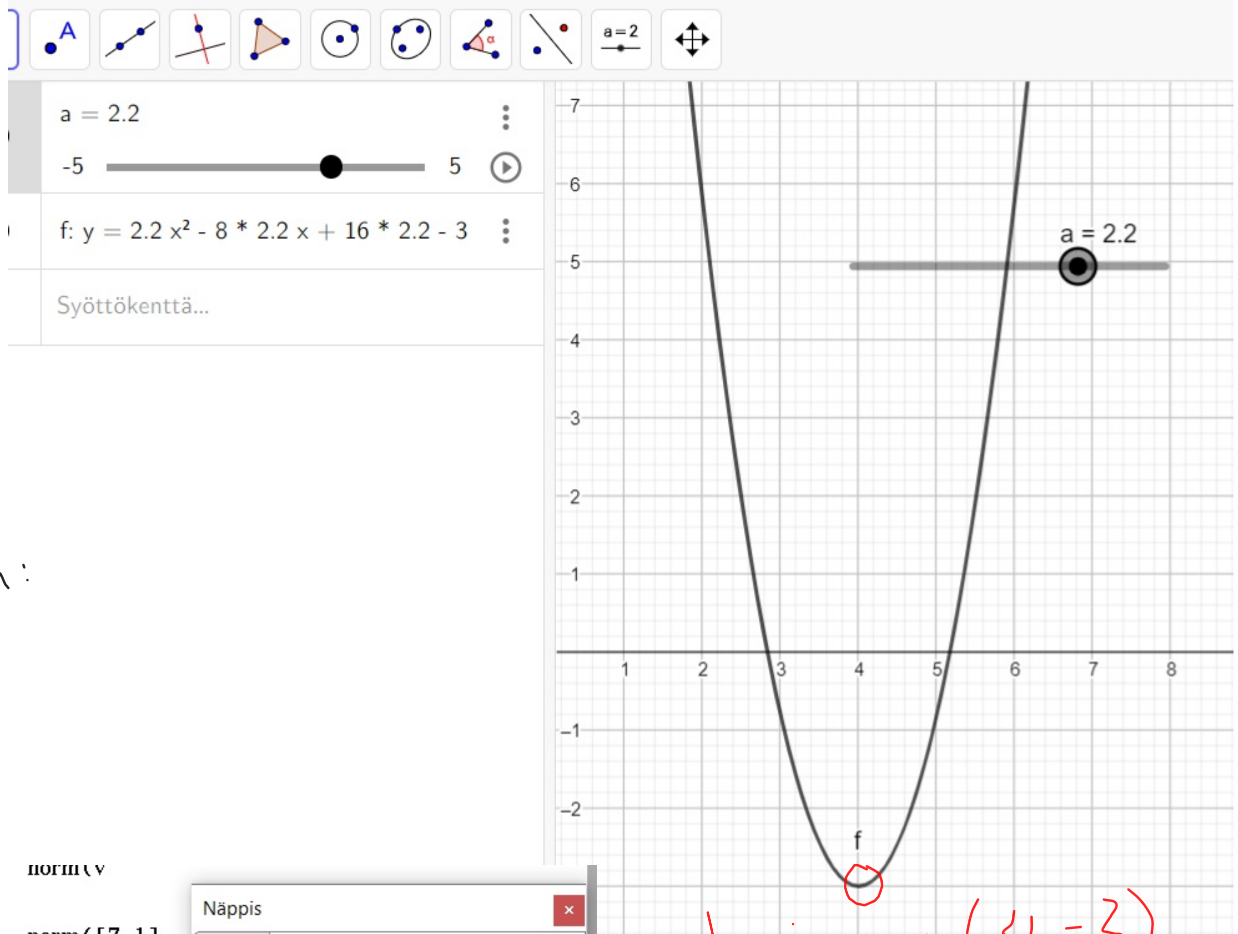
TAI huippumuodon avulla:

$$y - y_0 = a(x - x_0)^2$$

$$y + 3 = a(x^2 - 8x + 16)$$

$$-2\cdot x\cdot 4 + 4^2$$

$$y + 3 = a(x - 4)^2$$

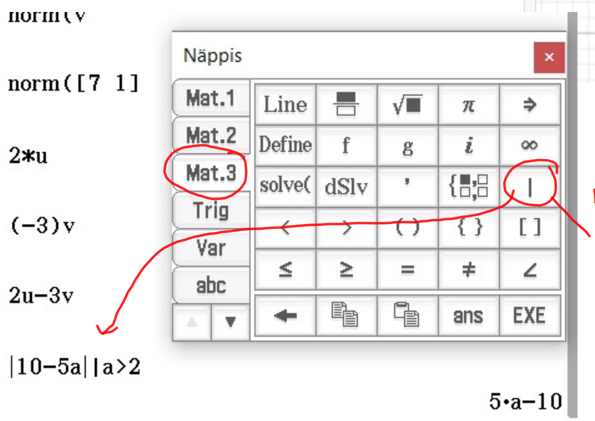


huippu (4, -3)

K2. Sievennä lauseke CAS-laskimella ja perustele laskimen antama tulos välivaiheineen.

a) $|2a| - |-7a|$ **b)** $\dfrac{|-16a|}{|4a|}$, kun $a \neq 0$

c) $|10 - 5a|$, kun $a > 2$



"ehdolla"

K7. Sievennä lauseke $\frac{2|x^2-10x+25|}{|x-5|}$, kun

a) $x > 5$ **b)** $x < 5$.

$x^2-10x+25 =$

$x^2-2\cdot x\cdot 5+5^2 =$

$\underbrace{(x-5)^2}_{\geq 0}$ * eli

$|x^2-10x+25| = (x-5)^2$

a) kun $x>5$, niin

$x-5>0$, jolloin $|x-5| = x-5$

lauseke saa muodon

$$\frac{2(x-5)^{\cancel{2}}}{\cancel{x-5}} = \underline{\underline{2x-10}}$$

b) kun $x<5$, niin

$x-5<0$, jolloin $|x-5| = -(x-5)$

lauseke saa muodon

$$\frac{2(x-5)^{\cancel{2}}}{-(\cancel{x-5})} = -2(x-5) = \underline{\underline{-2x+10}}$$

* Mikä tahansa luku toiseen potenssiin on aina positiivinen (tai 0)

K10. Ratkaise yhtälöryhmä.
$$\begin{cases} -x+2y+z=-5 \\ 2x-3y-z=7 \\ 2x-\ \ y-z=15 \end{cases}$$
I, II

$$\text{I} \begin{cases} -x+2y+z=-5 \\ 2x-3y-z=7 \end{cases} +$$
$$x-y=2$$

$$\text{II} \begin{cases} -x+2y+z=-5 \\ 2x-y-z=15 \end{cases} + \quad *$$
$$x+y=10$$

$$\begin{cases} x-y=2 \\ x+y=10 \end{cases} +$$
$$2x=12 \quad \|:2$$
$$\underline{\underline{x=6}}$$

$6-y=2 \Leftrightarrow \underline{\underline{y=4}}$

* $-6+2\cdot 4+z=-5$

$\underline{\underline{z}} = -5+6-8 = \underline{\underline{-7}}$

Vast. $\begin{cases} x=6 \\ y=4 \\ z=-7 \end{cases}$

K22. Suora kulkee pisteen $(3, -5)$ kautta ja on kohtisuorassa suoraa $12x - 8y + 26 = 0$ vastaan. Muodosta suoran yhtälö.

Selvitetään ensin suoran $12x-8y+26=0$ kulmakerroin k_1

$$-8y = -12x - 26 \quad ||:(-8)$$
$$y = \frac{12}{8}x + \frac{26}{8}$$
$$y = \underbrace{\frac{3}{2}}_{k_1}x + \frac{13}{4}$$

$k_1 = \frac{3}{2}$

Olkoon kohtisuoran suoran kulmakerroin k_2, tällöin

$$k_1 \cdot k_2 = -1$$
$$\Rightarrow \quad k_2 = -\frac{2}{3}$$

Suoran yhtälö on muotoa

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$
$$y + 5 = -\frac{2}{3}(x - 3)$$
$$y + 5 = -\frac{2}{3}x + 2$$
$$\underline{\underline{y = -\frac{2}{3}x - 3}}$$