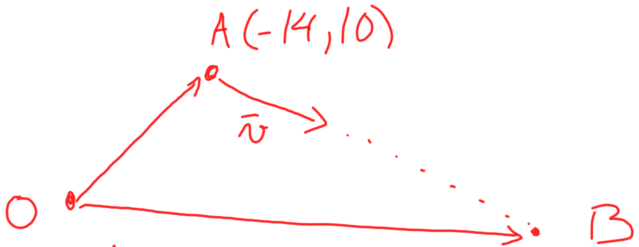
K67. Mihin pisteeseen päädytään, kun pisteestä $A = (-14, 10)$ edetään 100 pituusyksikköä vektorin $\overline{v} = 7\overline{i} - 24\overline{j}$ suuntaan?

Määritetään ensin $\overline{v}$:n yksikkövektori $\overline{v}°$

$$\overline{v}° = \frac{\overline{v}}{|\overline{v}|}, \quad |\overline{v}| = \sqrt{7^2 + (-24)^2} = 25$$

$$\overline{v}° = \frac{7\overline{i} - 24\overline{j}}{25}$$

Mallikuva:



Muodostetaan kysytyn pisteen (B) paikkavektori

$$\overline{OB} = \overline{OA} + 100 \cdot \overline{v}°$$
$$= -14\overline{i} + 10\overline{j} + \cancel{100}^{\,4} \cdot \frac{7\overline{i} - 24\overline{j}}{\cancel{25}_{\,1}}$$
$$= -14\overline{i} + 10\overline{j} + 28\overline{i} - 96\overline{j}$$
$$= 14\overline{i} - 86\overline{j}$$

V: Päädytään pisteeseen $\underline{\underline{(14, -86)}}$

K73. Määritä laskemalla, millä vakion t arvoilla vektorien $\bar{a} = t\bar{i} + 2\bar{j}$ ja $\bar{b} = \bar{i} + 3\bar{j}$ välinen kulma on $45°$.

Vektorien välinen kulma: $\cos(\bar{a}, \bar{b}) = \dfrac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{|\bar{a}| \cdot |\bar{b}|}$

$\bar{a} \cdot \bar{b} = t \cdot 1 + 2 \cdot 3 = t + 6$

$|\bar{a}| = \sqrt{t^2 + 2^2} = \sqrt{t^2 + 4}$

$|\bar{b}| = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$

$\cos 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (tarkka arvo)

Ratkaistaan siis yhtälö $\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{t+6}{\sqrt{t^2+4} \cdot \sqrt{10}}$ $\Rightarrow$ SOLVERIIN

TAI SUORAAN

```
[t 2]⇒a
                                        [t 2]
[1 3]⇒b
                                        [1 3]
solve(angle(a,b)=45,t
                                   {t=-1,t=4}
```

B7. Näytä, että pisteet $A = (2, 1)$, $B = (4, 0)$ ja $C = (5, 7)$ ovat suorakulmaisen kolmion kärjissä. [yo pitkä k2012]

Muodostetaan ensin vektorit

$\overline{AB} = (4-2)\bar{i} + (0-1)\bar{j} = 2\bar{i} - \bar{j}$

$\overline{AC} = (5-2)\bar{i} + (7-1)\bar{j} = 3\bar{i} + 6\bar{j}$

$\overline{BC} = (5-4)\bar{i} + (7-0)\bar{j} = \bar{i} + 7\bar{j}$

Tutkitaan onko jokin pistetulo 0

$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 2 \cdot 3 + (-1) \cdot 6 = 0 \Rightarrow \overline{AB} \perp \overline{AC} \Rightarrow$

kulma $A = 90°$

Kolmio on suorakulmainen