13.18 Suora $y = kx$ sivuaa ympyrää $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 1$.

a) Määritä kulmakertoimen k kaikki mahdolliset arvot.

b) Määritä suurempaa kulmakerrointa vastaavan sivuamispisteen koordinaatit.

[yo pitkä s2018]

Suorat $y=kx$ kulkevat origon $(0,0)$ kautta.

ympyrän kp. on $(5,5)$ ja $r=\sqrt{1}=1$

a) Sivuavien suorien etäisyys pisteestä $(5,5)$ on 1.

$$d=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}, \quad d=1, \quad (x_0,y_0)=(5,5), \quad a=-k, \quad b=1, \quad c=0$$

$$1=\frac{|-k\cdot 5+1\cdot 5+0|}{\sqrt{(-k)^2+1^2}}=\frac{|-5k+5|}{\sqrt{k^2+1}} \quad \| \cdot\sqrt{k^2+1}$$

$$\sqrt{k^2+1}=|-5k+5| \quad \| ()^2$$

$$k^2+1=25k^2-50k+25$$

$$0=24k^2-50k+24$$

$$k=\frac{3}{4} \lor k=\frac{4}{3}$$

$y=kx$ normaalimuodossa

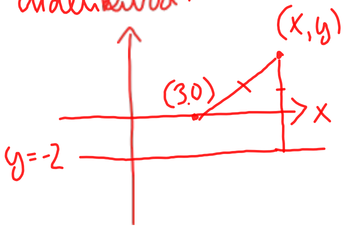
$$-kx+y=0$$

Paraabeli:

- Paraabeli muodostuu pisteistä (x,y) mitkä ovat yhtä kaukana polttopisteestä (x_0,y_0) ja johtosuorasta $ax+by+c=0$.

Esim. Muodosta paraabelin yhtälö kun sen polttopiste on $(3,0)$ ja johtosuora on $y=-2$

Mallikuva:



johtosuora normaalimuodossa

$y+2=0 \quad (a=0,\ b=1,\ c=2)$

kahden pisteen et. = pisteen ja suoran et.

$$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} = \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} \qquad (x_0,y_0)=(x,y)$$

$$\sqrt{(x-3)^2+(y-0)^2} = \frac{|0\cdot x+1\cdot y+2|}{\sqrt{0^2+1^2}}$$

$$\sqrt{(x-3)^2+y^2} = |y+2| \quad \|()^2$$

$$(x-3)^2+\cancel{y^2} = \cancel{y^2}+4y+4$$

$$x^2-6x+9 = 4y+4$$

$$x^2-6x+5 = 4y \quad \|:4$$

$$\frac{1}{4}x^2-\frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{4}_{2}}x+\frac{5}{4} = y$$

Paraabelin normaalimuoto:

$$y=ax^2+bx+c$$

14.4 Paraabeli aukeaa vasemmalle ja kulkee pisteiden $(-6, -2)$, $(-2, 2)$ ja $(3, 1)$ kautta. Määritä laskemalla paraabelin yhtälö.

Normaalimuoto

$x = ay^2 + by + c$

Tehdään yhtälöryhmä:

$(-6,-2)$: $-6 = a\cdot(-2)^2 + b(-2) + c$

$(-2,2)$: $-2 = a\cdot 2^2 + b\cdot 2 + c$

$(3,1)$: $3 = a\cdot 1^2 + b\cdot 1 + c$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a - 2b + c = -6 \\ 4a + 2b + c = -2 \\ a + b + c = 3 \end{cases}$$