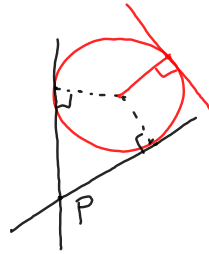


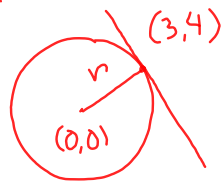
Ympyrän tangentti (suora)

- tangentti sivuaa ympyrää (yksi yhteinen piste)
- tangentti on kohtisuorassa sädestä radian
- ympyrän ulkopuolisen pisteen kautta voidaan piirtää kaksi tangenttia



Esim. Määritä ympyrän $x^2 + y^2 = 25$ pisteeseen $(3, 4)$ piirretyn tangentin yhtälö.

Mallikuva:



Säteen r kulmakertoim

$$k_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 0}{3 - 0} = \frac{4}{3}$$

Tangenttisuoran kulmakertoim k_2

$$k_1 \cdot k_2 = -1 \quad (\text{rade } \perp \text{ tangentti})$$

$$\frac{4}{3} \cdot k_2 = -1 \quad || : \frac{4}{3}$$

$$k_2 = -1 \cdot \frac{3}{4} = -\frac{3}{4}$$

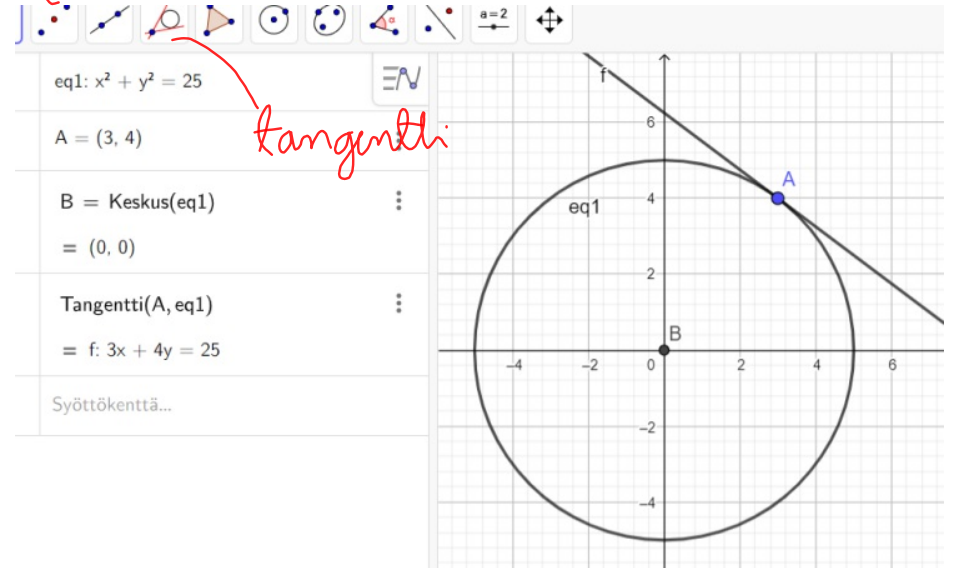
Tangenttisuoran yhtälö:

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

$$y - 4 = -\frac{3}{4}(x - 3)$$

$$y - 4 = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{4} \quad || + 4$$

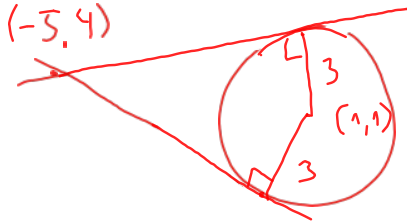
$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{25}{4} \quad \text{tai} \quad 3x + 4y - 25 = 0$$



13.4 Määritä ympyrälle $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 9$ pisteen $(-5, 4)$ kautta piirrettyjen tangenttien yhtälöt laskemalla.

kp. $(1, 1)$, $r = \sqrt{9} = 3$

MALLIKUVA:



Tangenttien kulmakertoa ei tiedetä, olkoon k

Tangenttien yhtälöt
 $y - y_0 = k(x - x_0)$
 $y - 4 = k(x + 5)$
 $y - 4 = kx + 5k$

$-kx + y + 5k - 4 = 0$ (normaalimuoto)

Tangenttien etäisyys keskipisteestä $(1, 1)$ on 3

$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

$a = -k$
 $b = 1$
 $c = 5k - 4$

$3 = \frac{|-k \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 5k - 4|}{\sqrt{(-k)^2 + 1^2}} = \frac{|4k - 3|}{\sqrt{k^2 + 1}}$

solve $(3 = \frac{|-k \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 5k - 4|}{\sqrt{(-k)^2 + 1^2}}, k$

$\{k=0, k=\frac{24}{7}\}$

Tangentit ovat: $y - 4 = 0 \Leftrightarrow \underline{y = 4}$

$-\frac{24}{7}x + y - \frac{5 \cdot 24}{7} - 4 = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{-27x + 7y - 148 = 0}}$