

Ympyrän normaalimuoto

Esim. Ympyrä keskipisteen $(-2, 1)$ ja $r=3$

Keskijärjestelmä:

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = r^2$$

$$(x+2)^2 + (y-1)^2 = 3^2$$

MUISTA! MAAZ!

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Puutetaan keskijärjestelmä

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 + y^2 + 2 \cdot y \cdot (-1) + (-1)^2 = 9$$

$$x^2 + 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = 9$$

$$x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0 \quad (\text{ympyrän normaalimuoto})$$

Yleisesti:

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3b+c=-9 \\ 10a-7b+c=-149 \\ 8a-9b+c=-145 \end{array} \right|_{a, b, c}$$

{a=-8, b=6, c=-27}

11.1 Ympyrä kulkee pisteiden $(0, 3)$, $(10, -7)$ ja $(8, -9)$ kautta. Määritä ympyrän yhtälö laske-
E1 malla.

Pisteet toteuttavat ympyrän yhtälön

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} (0, 3): 0^2 + 3^2 + a \cdot 0 + b \cdot 3 + c = 0 \\ (10, -7): 10^2 + (-7)^2 + a \cdot 10 + b \cdot (-7) + c = 0 \\ (8, -9): 8^2 + (-9)^2 + a \cdot 8 + b \cdot (-9) + c = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3b + c = -9 \\ 10a - 7b + c = -149 \\ 8a - 9b + c = -145 \end{array} \right.$$

CAS-laskimella: $a=-8, b=6, c=-27$

Normaalimuoto: $x^2 + y^2 - 8x + 6y - 27 = 0$



Täydennetään keskeiskertoimista

$$x^2 + y^2 - 8x + 6y - 27 = 0$$

1. ryhmitteily: $x^2 - 8x + y^2 + 6y = 27$

$$\underbrace{x^2 - 8x}_{2 \cdot x \cdot (-4)} + \underbrace{y^2 + 6y}_{2 \cdot y \cdot 3} = 27$$

2. edetään (a)

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

3. lisätään (a) $x^2 + 2x \cdot (-4) + (-4)^2 + y^2 + 2 \cdot y \cdot 3 + 3^2 = 27 + (-4)^2 + 3^2$
(myös oikealle)

4. keskeiskertoimien muoto

$$(x-4)^2 + (y+3)^2 = 52$$

kp. $(4, -3)$ ja $r = \sqrt{52}$