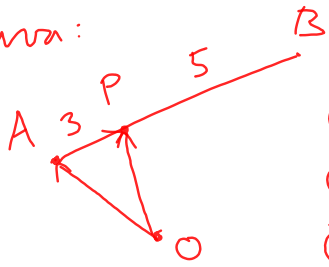


20.20 Janan AB päätepisteet ovat $A = (-3, 7)$ ja $B = (5, -9)$. Määritä piste P , joka jakaa janan AB suhteessa $3:5$.

Mallikuva:



Muodorkitaan pisteen P paikkavektori

$$\vec{OP} = \vec{OA} + \vec{AP}$$

$$\vec{OP} = \vec{OA} + \frac{3}{8} \vec{AB}$$

$$\begin{aligned} \vec{AB} &= (5 - (-3))\vec{i} + (-9 - 7)\vec{j} \\ &= 2\vec{i} - 16\vec{j} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{OP} &= -3\vec{i} + 7\vec{j} + \frac{3}{8}(2\vec{i} - 16\vec{j}) \\ &= -3\vec{i} + 7\vec{j} + \frac{6}{8}\vec{i} - \frac{3 \cdot 16}{8}\vec{j} \\ &= -2\frac{1}{4}\vec{i} + \vec{j} \end{aligned}$$

$$V: P = (-2\frac{1}{4}, 1)$$

Vektoreiden pistetulo (skalaaritulo)

Vektoreiden $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$ ja $\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j}$
pistetulo $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y$

" \vec{a} piste \vec{b} "

Esim. laske vektoreiden $\vec{a} = 3\vec{i} - 5\vec{j}$ ja $\vec{b} = -2\vec{i} + 4\vec{j}$
pistetulo.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot (-2) + (-5) \cdot 4 = -6 - 20 = \underline{\underline{-26}}$$

kohtisuoruus

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0, \text{ kun } \vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$$

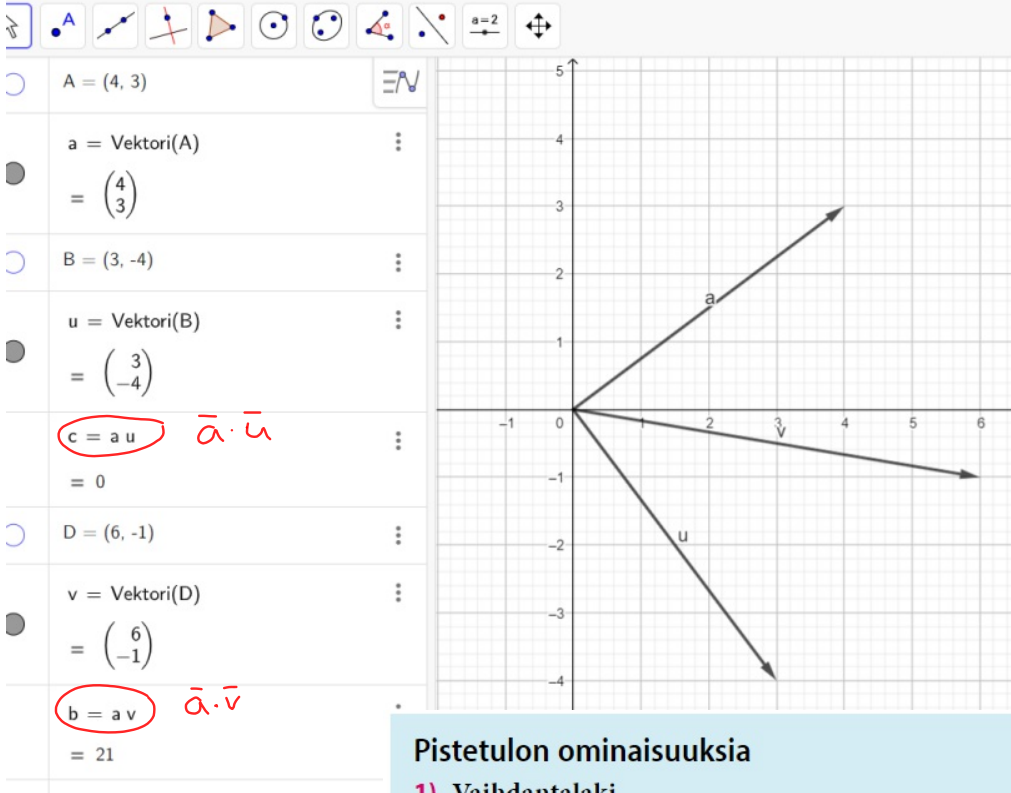
Esim. Ovatko vektorit $\vec{a} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ ja $\vec{b} = -3\vec{i} + 4\vec{j}$
kohtisuorassa?

Tutkitaan pistetuloa $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4 \cdot (-3) + 3 \cdot 4 = 0$

koska pistetulo on 0, niin vektorit ovat
kohtisuorassa.

pistetulo (skalaaritulo)

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + \cancel{a_z b_z}$$



9A_fi.vcp

Menu Koko Vaihda Näppis

Muok Toiminto Interakt

0,5 1 2

unitV([4

[-4 5]+

□

Muunnos
 Lisätoim
 Laskenta
 Kompleks
 Luett
 Matriis
Vektori
 Yhtälö/Epäyhtälö
 Avustaja
 Jakauma/käänt. jakauma
 Talous
 Komento

augment
 fill
 dim
 unitV
 angle
 norm
 crossP
dotP
 toRect
 toPol
 toSph
 toCyl

$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$
 $-\frac{11}{5}$

$\bar{a} \cdot \bar{v} = -7$

pistetulo \rightarrow

Pistetulon ominaisuuksia

LAUSE

1) Vaihdantalaki

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = \bar{b} \cdot \bar{a}$$

Pistetulon arvo ei riipu vektorien järjestyksestä.

2) Osittelulaki

$$\bar{a} \cdot (\bar{b} + \bar{c}) = \bar{a} \cdot \bar{b} + \bar{a} \cdot \bar{c}$$

Yhteenlaskettavat voidaan kertoa erikseen yhteisellä tekijällä.

3) Kertoimen siirtosääntö

$$(t\bar{a}) \cdot \bar{b} = t(\bar{a} \cdot \bar{b})$$

Kerroin voidaan siirtää pistetulon eteen.

$$\bar{a} \cdot (t\bar{b}) = t(\bar{a} \cdot \bar{b})$$

4) Pistetulo $\bar{a} \cdot \bar{a}$

$$\bar{a} \cdot \bar{a} = |\bar{a}|^2$$

Pistetulo $\bar{a} \cdot \bar{a}$ on vektorin \bar{a} pituuden neliö.

pituus

$$|\bar{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\bar{a} \cdot \bar{a}}$$

$$\text{dotP}([4 \ -5], [2 \ 3])$$

□

-7

21.13 Määritä ne vakion t arvot, joilla vektorit

$\vec{a} = -3t\vec{i} - 3\vec{j}$ ja $\vec{b} = 4\vec{i} + (t-1)\vec{j}$ ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan.

Pisteily $\vec{a} \cdot \vec{b}$ pitää olla 0.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (-3t) \cdot 4 + (-3)(t-1) = 0$$

$$-12t - 3t + 3 = 0$$

$$-15t = -3 \quad || :(-15)$$

$$t = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$