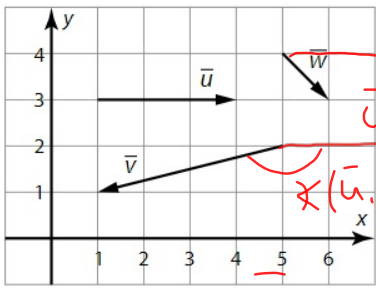
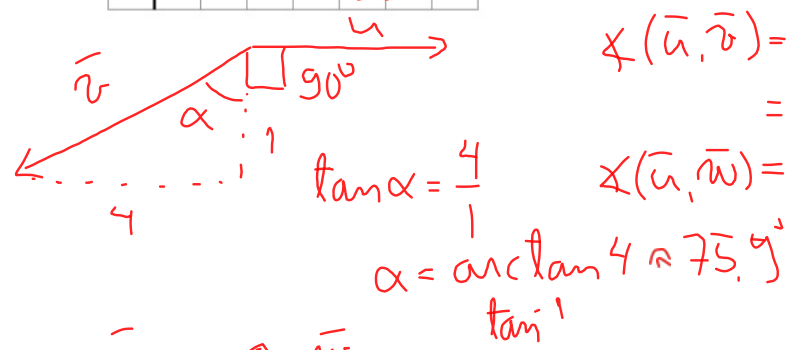


- 16.17 a) Laske vektorien \vec{u} , \vec{v} ja \vec{w} pituudet.
 b) Laske vektorien \vec{u} , \vec{v} ja \vec{w} väliset kulmat asteen tarkkuudella.



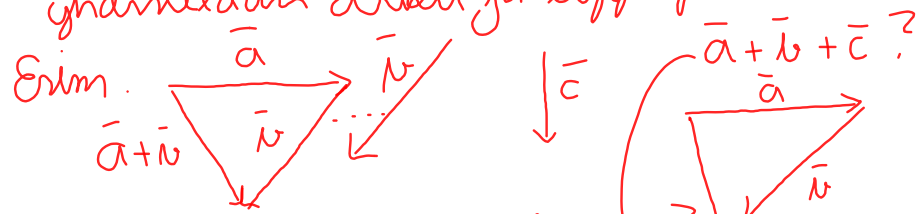
\vec{u} a) $|\vec{u}| = 3$
 $|\vec{v}| = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}$
 $|\vec{w}| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

$\angle(\vec{u}, \vec{v}) = 90^\circ + 75,9^\circ = 165,9^\circ$
 $\angle(\vec{u}, \vec{w}) = 45^\circ$ (meliön kärkentäjä)



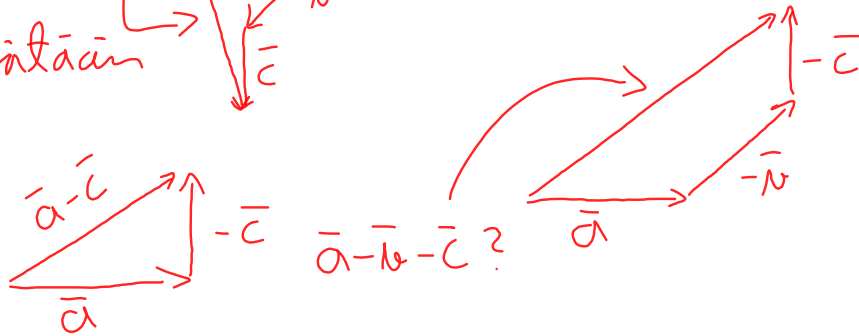
Vektoreiden yhteenlasku:

- asetetaan vektorit peräkkäin ja yhdistetään alkuperä- ja loppupiste.



Vähennyslaskussa lisätään vastavektorin.

Esim. $\vec{a} - \vec{c} = \vec{a} + (-\vec{c})$

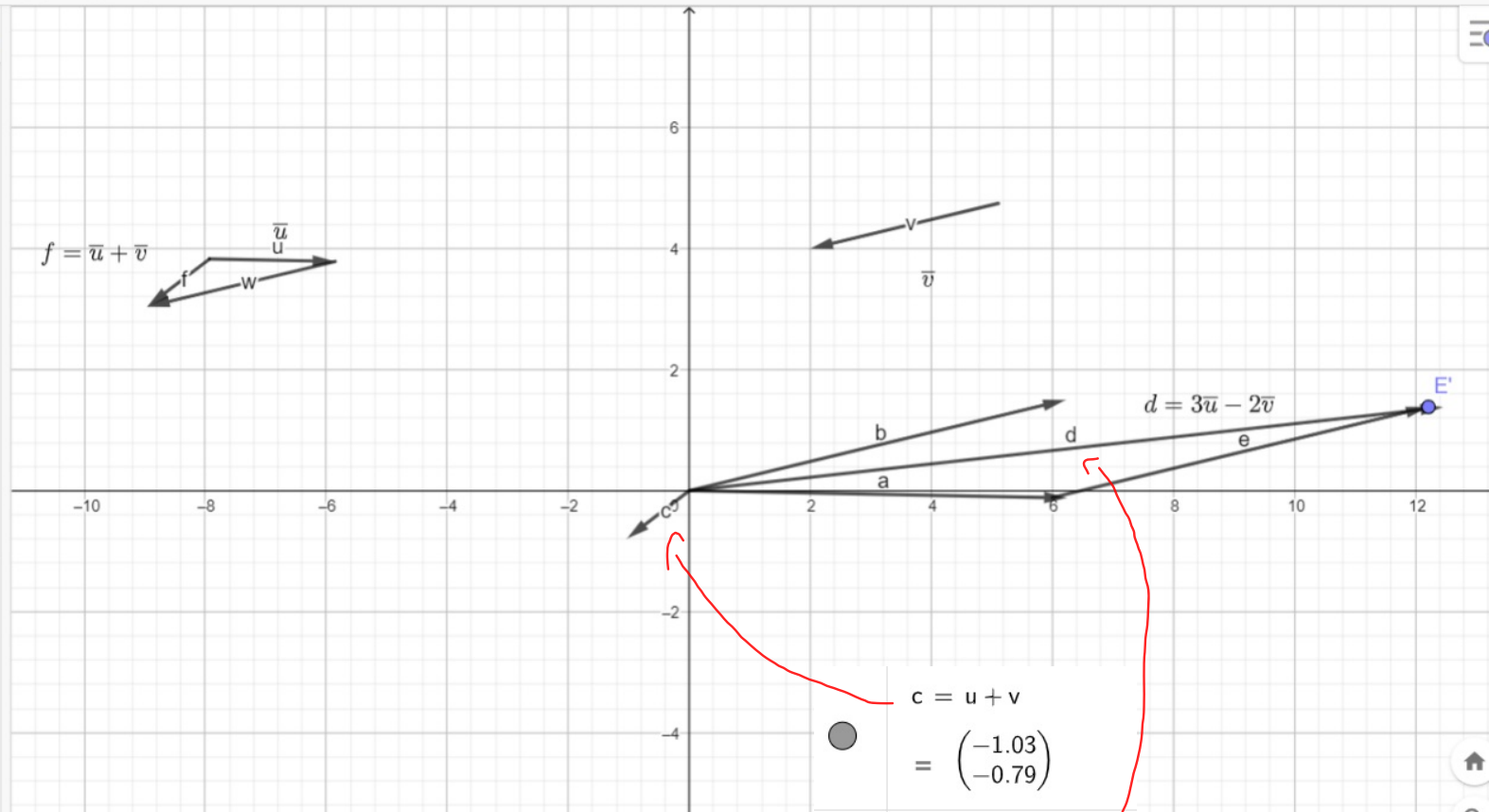


Vakiolla kertominen:

- muuttaa vektorin pituutta ja/tai suuntaa



- (1.38)
- E = Piste(a)
 - = (5.9977818854, -0.1153419593)
- E' = Siirto(E, b)
 - = (12.2177818854, 1.3846580407)
- e = Vektori(E, E')
 - = $\begin{pmatrix} 6.22 \\ 1.5 \end{pmatrix}$
- A' = Siirto(A, c)
 - = (-8.96, 3.04)
- f = Vektori(A, A')
 - = $\begin{pmatrix} -1.03 \\ -0.79 \end{pmatrix}$
- teksti1 = "d = 3u - 2v"
- teksti2 = "v"



- $c = u + v$
= $\begin{pmatrix} -1.03 \\ -0.79 \end{pmatrix}$
- $d = 3u - 2v$
= $\begin{pmatrix} 12.46 \\ 1.38 \end{pmatrix}$

- 15.18 Yhtälö $y = ax^2 - 8ax + 16a - 3$, missä $a \neq 0$, määrittelee paraabeliparven. Osoita, että parven paraabeleilla on yhteinen huippupiste. Mikä tämä piste on?

Sijoitetaan huipun koordinaatit:

$$-3 = a \cdot 4^2 - 8 \cdot a \cdot 4 + 16a - 3$$

$$-3 = 16a - 32a + 16a - 3$$

$$-3 = -3 \quad (\text{identtisesti tosi})$$

TA1 paraabelin huippumudella.

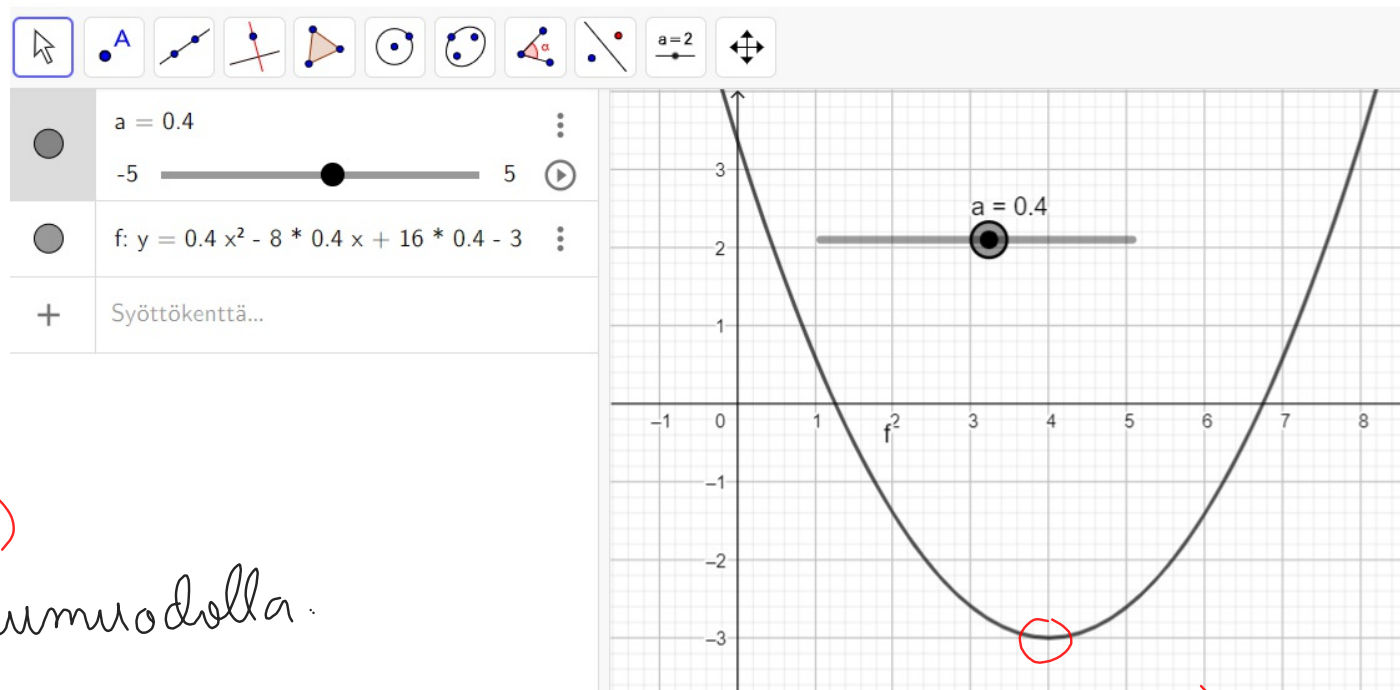
$$y - y_0 = a(x - x_0)^2$$

$$y = ax^2 - 8ax + 16a - 3$$

$$y - 3 = a(x^2 - 8x + 16)$$

$$(x^2 - 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2)$$

$$y - 3 = a(x - 4)^2 \rightarrow \text{huipun } (4, -3)$$



huipun (4, -3)

K7.
CAS

Sievennä lauseke $\frac{2|x^2-10x+25|}{|x-5|}$, kun

a) $x > 5$

b) $x < 5$.

a) kun $x > 5$ niin $x-5 > 0$

lauseke saadaan muotoon

$$\frac{2(x-5)^2}{\cancel{x-5}} = 2x-10$$

b) kun $x < 5$ niin $x-5 < 0$

lauseke saadaan muotoon

$$\frac{2(x-5)^2}{-(\cancel{x-5})} = -2x+10$$

$$\begin{aligned} x^2-10x+25 &= \\ x^2-2 \cdot x \cdot 5+5^2 &= \\ \underbrace{(x-5)^2}_{\geq 0} & \end{aligned}$$

K10.
CAS

Ratkaise yhtälöryhmä. $\begin{cases} -x+2y+z=-5 \\ 2x-3y-z=7 \\ 2x-y-z=15 \end{cases}$ I) II)

$$\begin{array}{l} \text{I} \begin{cases} -x+2y+z=-5 \\ 2x-3y-z=7 \end{cases} \\ + \\ \hline x-y-z=2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{II} \begin{cases} -x+2y+z=-5 \\ 2x-y-z=15 \end{cases} \\ + \\ \hline x+y-z=10 \end{array} \quad *$$

$$\begin{array}{l} \begin{cases} x-y=2 \\ x+y=10 \end{cases} \\ + \\ \hline 2x=12 \\ x=6 \text{ niij} \end{array} \quad \begin{array}{l} 6+y=10 \\ y=4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} * 2 \cdot 6 - 4 - z = 15 \\ -z = 7 \\ z = -7 \end{array} \quad \text{Vast} \begin{cases} x=6 \\ y=4 \\ z=-7 \end{cases}$$