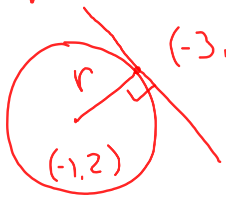
K38. Ympyrälle $(x+1)^2+(y-2)^2=20$ piirretään tangentti pisteeseen $(-3, 6)$. Määritä tangentin yhtälö.

Tutkitaan onko piste kehällä.

$(-3+1)^2+(6-2)^2 = 4+16=20$ (yhtälö toteutuu)

piste $(-3,6)$ on ympyrän kehällä.

ympyrän keskipiste on $(-1,2)$



Säteen kulmak. $k_r = \frac{6-2}{-3+1} = -2$

$k = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

Tangentin kulmak. k_T

(säde ⊥ tangentti)

$k_r \cdot k_T = -1 \Leftrightarrow k_T = \frac{1}{2}$

Tangentin yhtälö:

$y - y_0 = k(x - x_0)$

$y - 6 = \frac{1}{2}(x+3)$

$y - 6 = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

$\underline{y = \frac{1}{2}x + \frac{15}{2}}$

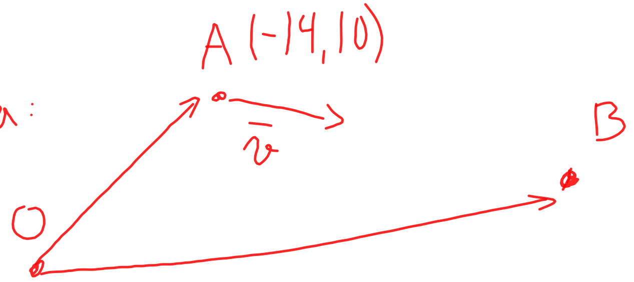
K67. Mihin pisteeseen päädytään, kun pisteestä $A = (-14, 10)$ edetään 100 pituusyksikköä vektorin $\overline{v} = 7\overline{i} - 24\overline{j}$ suuntaan?

Määritetään ensin $\overline{v}$:n yksikkövektori $\overline{v}^{\circ}$

$\overline{v}^{\circ} = \dfrac{\overline{v}}{|\overline{v}|}$, vektorin $\overline{v}$ pituus $|\overline{v}| = \sqrt{7^2 + (-24)^2} = 25$

$$\overline{v}^{\circ} = \frac{7\overline{i} - 24\overline{j}}{25}$$

Mallikuva:



Muodostetaan kysytyn pisteen paikkavektori

$$\overline{OB} = \overline{OA} + 100 \cdot \overline{v}^{\circ}$$

$$= -14\overline{i} + 10\overline{j} + \cancel{100}^{\,4} \cdot \left(\frac{7\overline{i} - 24\overline{j}}{\cancel{25}_{\,1}}\right) = -14\overline{i} + 10\overline{j} + 28\overline{i} - 96\overline{j}$$

$$= 14\overline{i} - 86\overline{j}$$

Päädytään pisteeseen $\underline{\underline{(14, -86)}}$