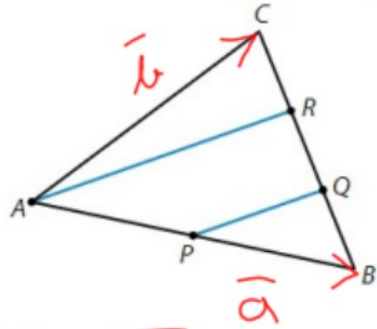


- 24.2 Kolmion ABC sivun AB keskipiste on P ,
 pisteet Q ja R jakavat sivun BC kolmeen
 yhtä suureen osaan. Osoita, että jana AR on
 janan PQ suuntainen ja että sen pituus on
 kaksinkertainen janan PQ pituuteen verrattuna.



Merkitään:

$$\overline{AB} = \vec{a}$$

$$\overline{AC} = \vec{b}$$

Muodostetaan vektorit

$$\overline{AR} = \overline{AC} + \overline{CR}$$

$$= \overline{AC} + \frac{1}{3}\overline{CB}$$

$$= \vec{b} + \frac{1}{3}(-\vec{b} + \vec{a}) = \frac{2}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{a}$$

$$= \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$$

$$\overline{PQ} = \overline{PB} + \overline{BQ}$$

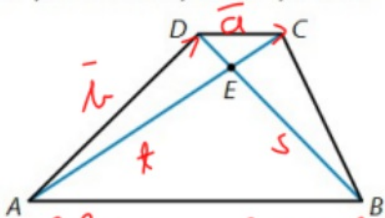
$$= \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{BC}$$

$$= \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{3}(-\vec{a} + \vec{b})$$

$$= \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} = \frac{1}{6}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$$

$$2\overline{PQ} = \frac{2}{6}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} = \overline{AR}$$

- 24.7 Puolisuunnikkaan $ABCD$ sivu AB on neljä kertaa niin pitkä kuin sen kanssa yhdensuuntainen sivu DC . Piste E on puolisuunnikkaan lävistäjäien leikkauspiste. Missä suhteessa piste E jakaa lävistäjät AC ja BD ?



Merkitään:

$$\overline{DC} = \vec{a}$$

$$\overline{AD} = \vec{b}$$

Muunnetaan lävistäjät:

$$\overline{AC} = \vec{b} + \vec{a} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$\overline{BD} = -4\vec{a} + \vec{b}$$

Menetään pisteeseen E kahla reittiä $A \rightarrow E$

$$\overline{AE} = t \overline{AC} = 4\vec{a} + s \overline{BD}$$

$$t(\vec{a} + \vec{b}) = 4\vec{a} + s(-4\vec{a} + \vec{b})$$

$$t\vec{a} + t\vec{b} = 4\vec{a} - 4s\vec{a} + s\vec{b}$$

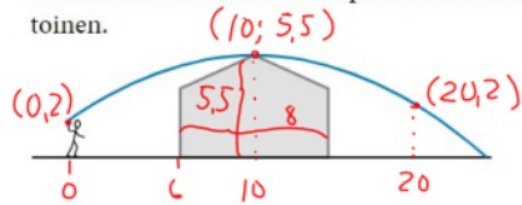
Molemmilla puolilla pitää olla yhtä monta \vec{a} :ta ja \vec{b} :tä

$$\vec{a}: t \quad \left\{ \begin{array}{l} t = 4 - 4s \\ t = s \end{array} \right. \Leftrightarrow s = 4 - 4s$$

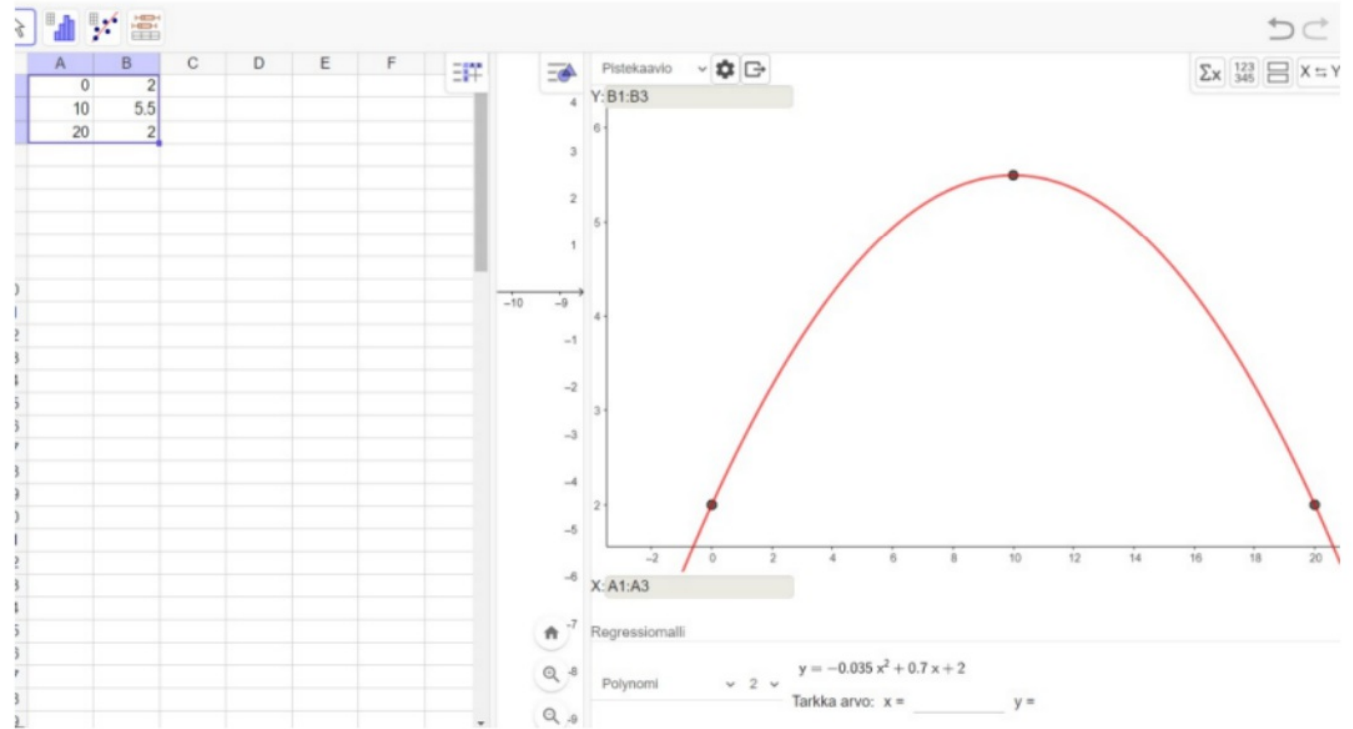
$$\vec{b}: t \quad \left\{ \begin{array}{l} t = 4 - 4s \\ t = s \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 5s = 4 \\ s = \frac{4}{5} (= t) \end{array}$$

Vast: Piste E jakaa lävistäjät suhteessa 4:1

K53. Seppo on 6,0 metrin etäisyydellä 8 metriä leveästä ja 5,5 metriä korkeasta harjakattoisesta talosta. Hänen heittämänsä pallo hipaisee katonharjaa. Kuinka pitkälle pallo lensi, kun se irtosi Sepon kädestä 2,0 metrin korkeudella? Pallon lentorata oli likimain paraabelin muotoinen.



TAI $(-10, 2)$ $(0, 5.5)$ $(10, 2)$



$$\text{solve}(-0.035x^2 + 0.7x + 2 = 0)$$

$$\{x = -2.535663411, x = 22.53566341\}$$

- K22. Suora kulkee pisteen $(3, -5)$ kautta ja on kohtisuorassa suoraa $12x - 8y + 26 = 0$ vastaan.
Muodosta suoran yhtälö.

Muokataan suora $12x - 8y + 26 = 0$

ratkaistun muotoon $-8y = -12x - 26 \quad || : (-8)$

$$y = \frac{12}{8}x + \frac{26}{8}$$

Kohtisuoran suoran kulmakerto k_2 saadaan

$$k_1 k_2 = -1 \Leftrightarrow \frac{3}{2} k_2 = -1 \quad || : \frac{3}{2}$$

$$k_2 = -\frac{2}{3}$$

Suoran yhtälö:

$$y - y_0 = k(x - x_0) \quad , \quad (x_0, y_0) = (3, -5)$$

$$y + 5 = -\frac{2}{3}(x - 3)$$

$$y + 5 = -\frac{2}{3}x + 2$$

$$y = -\frac{2}{3}x - 3$$

