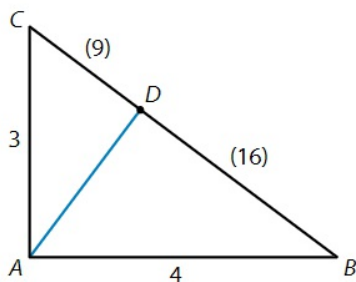


**21.18** Suorakulmaisen kolmion  $ABC$  kateettien pituudet ovat 3 ja 4. Piste  $D$  jakaa hypotenuusan  $BC$  suhteessa 16 : 9. Osoita, että vektori  $AD$  on kohtisuorassa vektoria  $BC$  vastaan.



$$\text{Merkitään } \vec{AB} = 4\vec{i} \\ \vec{AC} = 3\vec{j}$$

Muodostetaan

$$\vec{BC} = \vec{BA} + \vec{AC} = -4\vec{i} + 3\vec{j}$$

$$\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BD} = \\ = \vec{AB} + \frac{16}{25}\vec{BC}$$

$$= 4\vec{i} + \frac{16}{25}(-4\vec{i} + 3\vec{j})$$

$$= \frac{36}{25}\vec{i} + \frac{48}{25}\vec{j}$$

Tarkitetaan pistetuloa

$$\vec{BC} \cdot \vec{AD} = (-4) \cdot \frac{36}{25} + 3 \cdot \frac{48}{25} = 0 \Rightarrow \vec{BC} \perp \vec{AD}$$

21.20 Laske  $|2\bar{a} - 5\bar{b}|$ , kun  $|\bar{a}| = \sqrt{7}$ ,  $|\bar{b}| = 3\sqrt{5}$  ja  $\bar{a} \cdot \bar{b} = 5$ .

$$|2\bar{a} - 5\bar{b}|^2 = (2\bar{a} - 5\bar{b}) \cdot (2\bar{a} - 5\bar{b})$$

$$= 4\bar{a} \cdot \bar{a} - 10\bar{a} \cdot \bar{b} - 10\bar{a} \cdot \bar{b} + 25\bar{b} \cdot \bar{b}$$

$$= 4|\bar{a}|^2 - 20\bar{a} \cdot \bar{b} + 25|\bar{b}|^2$$

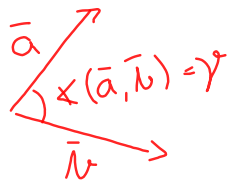
$$= 4(\sqrt{7})^2 - 20 \cdot 5 + 25 \cdot (3\sqrt{5})^2$$

$$= 4 \cdot 7 - 100 + 25 \cdot 9 \cdot 5 = 1053$$

$$|2\bar{a} - 5\bar{b}| = \sqrt{1053} = \underline{\underline{9\sqrt{13}}}$$

$$|\bar{a}|^2 = \bar{a} \cdot \bar{a}$$

# Vektorien välinen kulma



$$\cos \gamma = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

välinen kulma

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}, \quad 0^\circ \leq \angle(\vec{a}, \vec{b}) \leq 180^\circ$$

Esim. Määritä vektorien  $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$  ja  $\vec{b} = -2\vec{i} + 5\vec{j}$  välinen kulma.

Merkitään  $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \gamma$

lasketaan ensin  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot (-2) + 4 \cdot 5 = 14$

$$|\vec{a}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{(-2)^2 + 5^2} = \sqrt{29}$$

$$\cos \gamma = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{14}{5 \cdot \sqrt{29}}$$

$$\gamma = \arccos\left(\frac{14}{5 \cdot \sqrt{29}}\right) = 58,67^\circ \approx \underline{\underline{58,7^\circ}}$$

$$\arccos\left(\frac{14}{5 \cdot \sqrt{29}}\right) = 58,6713071321958330671$$

$$\cos^{-1}\left(\frac{14}{5 \cdot \sqrt{29}}\right)$$

58.67130713

unitV([4		
[-4 5]		
dotP([4		
angle([4		
angle([3 4], [-2 5]		
dotP([-3 7], [4 -2]		

- Muunnos
- Lisätoim
- Laskenta
- Kompleks
- Luett
- Matriis
- Vektori**
  - augment
  - fill
  - dim
  - unitV
  - angle**
  - norm
  - crossP
  - dotP
  - toRect
  - toPol
  - toSph
  - toCyl
- Yhtälö/Epäyhtälö
- Avustaja
- Jakauma/käänt. jakauma
- Talous
- Komento

angle([3 4], [-2 5]

58.67130713