

## Ympyrän normaalimuoto

Esim. Ympyrä keskipisteen  $(-2, 1)$  ja  $r=3$

Keskijintemmuoto:

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = r^2$$

$$(x+2)^2 + (y-1)^2 = 3^2$$

MUISTA! MAAZ!

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Päivitään keskijintemmuoto

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 + y^2 + 2 \cdot y \cdot (-1) + (-1)^2 = 9$$

$$x^2 + 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = 9$$

$$x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0 \quad (\text{ympyrän normaalimuoto})$$

Yleisesti:

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3b+c=-9 \\ 10a-7b+c=-149 \\ 8a-9b+c=-145 \end{array} \right|_{a, b, c}$$

{a=-8, b=6, c=-27}

**11.1** E1 Ympyrä kulkee pisteiden  $(0, 3)$ ,  $(10, -7)$  ja  $(8, -9)$  kautta. Määritä ympyrän yhtälö laske-  
malla.

Pisteet toteuttavat ympyrän yhtälön

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} (0, 3): 0^2 + 3^2 + a \cdot 0 + b \cdot 3 + c = 0 \\ (10, -7): 10^2 + (-7)^2 + a \cdot 10 + b \cdot (-7) + c = 0 \\ (8, -9): 8^2 + (-9)^2 + a \cdot 8 + b \cdot (-9) + c = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3b+c=-9 \\ 10a-7b+c=-149 \\ 8a-9b+c=-145 \end{array} \right.$$

CAS-laskimella:  $a=-8, b=6, c=-27$

Normaalimuoto:  $x^2 + y^2 - 8x + 6y - 27 = 0$



## Täydennetään keskipistemuotoon

$$x^2 + y^2 - 8x + 6y - 27 = 0 \quad || +27$$

1. ryhmitteily:  $x^2 - 8x + y^2 + 6y = 27$

$\frac{2 \cdot x \cdot (-4)}{\quad}$        $\frac{2 \cdot y \cdot 3}{\quad}$

2. edetään (1e)

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

3. lisätään (1e<sup>2</sup>)  $x^2 + 2x \cdot (-4) + (-4)^2 + y^2 + 2 \cdot y \cdot 3 + 3^2 = 27 + (-4)^2 + 3^2$

(myös oikealle)

4. keskipistemuoto

$$(x-4)^2 + (y+3)^2 = 52$$

kp. (4, -3) ja  $r = \sqrt{52}$

10.15 Määritä ympyrän keskipiste ja säde.

GRS

a)  $x^2 + (y + \sqrt{3})^2 = \frac{1}{4}$

b)  $4x^2 + 4y^2 = 144$

$\parallel : 4 \quad (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = r^2$

a)  $(x-0)^2 + (y-(-\sqrt{3}))^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$

kp.  $(0, -\sqrt{3})$  ja säde  $r = \frac{1}{2}$

b)  $x^2 + y^2 = 36$

$(x-0)^2 + (y-0)^2 = 6^2$

kp.  $(0,0)$ ,  $r=6$