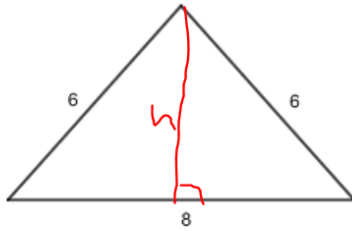


MAA3 koe kevät24 vastaukset

2.1 Laske kuvassa olevan kolmion pinta-ala.

4 p.



Kolmion on tasakylkinen jolloin korkeusjana jakaa kannan kahteen yhtä pitkään osaan. Kolmion korkeus h voidaan laskea Pythagoraan avulla.

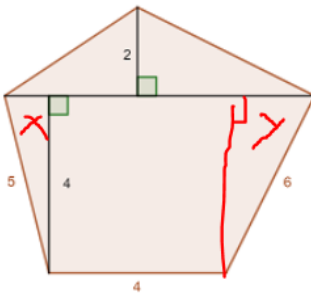
$$h^2 + 4^2 = 6^2 \Leftrightarrow h = \sqrt{36 - 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

Kolmion pinta-ala

$$A = \frac{8 \cdot 2\sqrt{5}}{2} = 8\sqrt{5} \approx 17,9$$

2.2 Laske kuvan 5-kulmion pinta-ala.

8 p.



Jotta voidaan selvittää ylimmän kolmion kanta niin lasketaan x ja y Pythagoraan avulla.

$$x^2 + 4^2 = 5^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = 3$$

$$y^2 + 4^2 = 6^2 \Leftrightarrow y = \sqrt{36 - 16} = 2\sqrt{5}$$

Kolmion kanta on siis

$$3 + 4 + 2\sqrt{5} = 7 + 2\sqrt{5} \approx 11,47$$

Kolmion pinta-ala on $\frac{2(7 + 2\sqrt{5})}{2} = 7 + 2\sqrt{5}$

Puolisuunnikkssn pinta-ala on

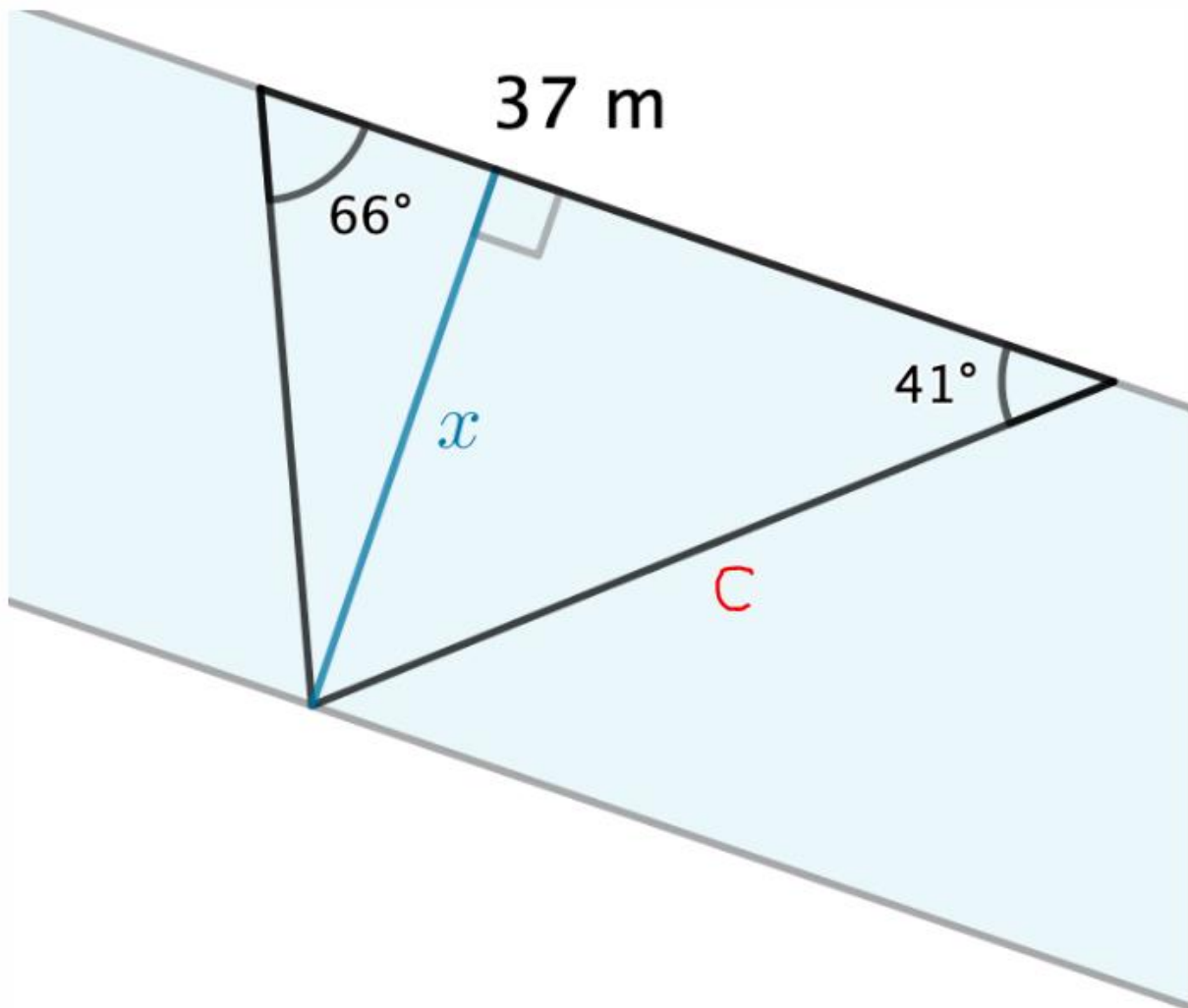
$$\frac{4 + 7 + 2\sqrt{5}}{2} \cdot 4 = 2(11 + 2\sqrt{5}) = 22 + 4\sqrt{5} \approx 30,94$$

5-kulmion pinta-ala on

$$7 + 2\sqrt{5} + 22 + 4\sqrt{5} = 29 + 6\sqrt{5} \approx 42,4$$

3. Joen leveys 12 p.

Laske joen leveys x oheisten mittaustulosten avulla.



Kolmion kolmas kulma on $180^\circ - 107^\circ = 73^\circ$, käytetään sinilauseetta laskettaessa sivun pituus c .

$$\frac{37 \text{ m}}{\sin 73^\circ} = \frac{c}{\sin 66^\circ} \Leftrightarrow c = \frac{37 \text{ m}}{\sin 73^\circ} \cdot \sin 66^\circ = 35,34 \text{ m} \quad \text{Ratkaistaan sitten } x \text{ sinin avulla}$$

$$\sin 41^\circ = \frac{x}{35,34 \text{ m}} \approx x = \sin 41^\circ \cdot 35,34 \text{ m} = 23,18 \text{ m} \approx 23 \text{ m}$$

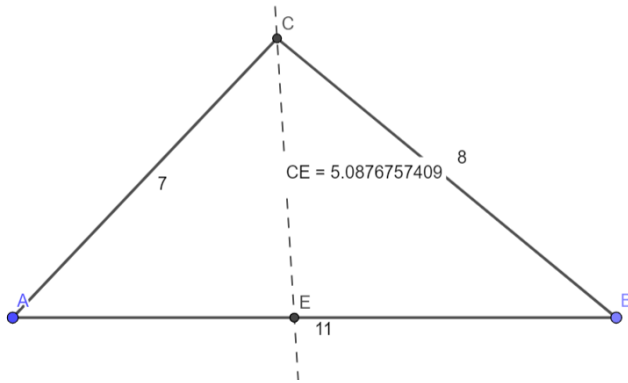
4. Kulmanpuolittaja 12 p.

Kolmion sivujen pituudet ovat 7, 8 ja 11. Määritä suurimman kulman puolittajan pituus kahden desimaalin tarkkuudella. Jos käytät geometriaohjelmaa niin kerro miten ratkaisusi etenee.

4.

Piirretään ensin kolmion pisin sivu 11. Tämän jälkeen molempiin päihin janaa piirretään ympyrät säteinä 8 ja 7, määritetään sitten ympyröiden leikkauspiste (kolmion kolmas piste). Suurinta kulmaa vastaa pisin sivu

ja piirretään ko. kulman puolittajasuora (katkoviivoitettu). Määritetään kulmanpuolittajan ja pisimmän sivun leikkauspiste. Lopuksi määritetään kulmanpuolittajan pituus $\approx 5,088$.



5. Jyrkkä rinne (12 p.)

Tasaisessa 17° kulmassa nousevassa rinteessä on 15m korkea pystysuora masto. Maston huipusta vedetään maahan kaksi vaijeria, toinen ylämäkeen ja toinen alamäkeen. Molemmat vaijerit kiinnitetään 12m päähän maston juuresta.

Piirrä tilannetta kuvaava mallikuva geometriaohjelmalla ja ratkaise, kuinka suuri pituusero maston huipusta maahan vedetyillä vaijereilla on. Anna vastaus kahden desimaalin tarkkuudella.

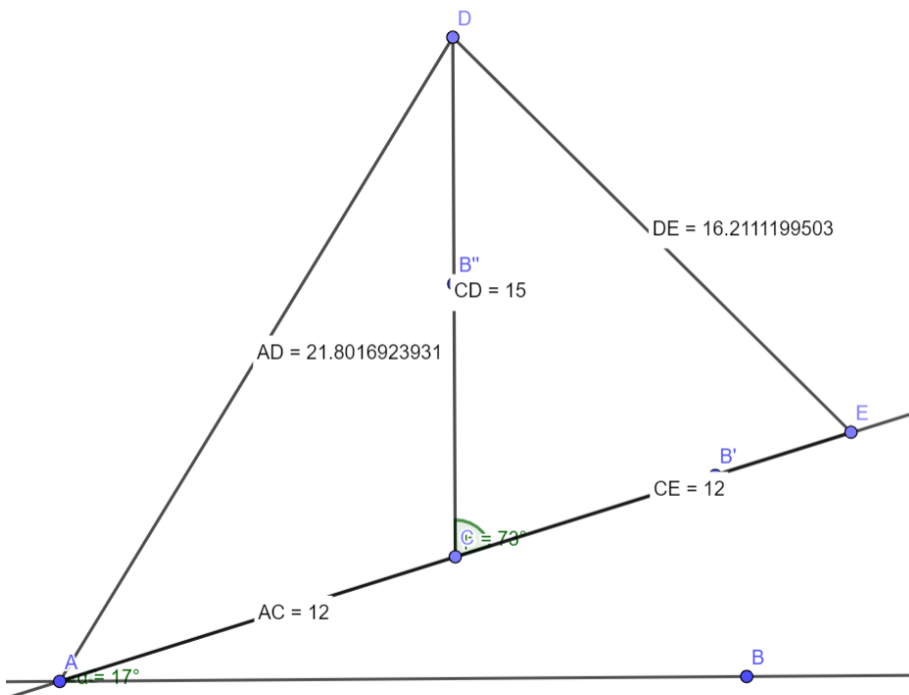
Käytetään kosinilauseetta molempien pituuksien laskemiseen tai Geogebraa.

$$DE^2 = 15^2 + 12^2 - 2 \cdot 15 \cdot 12 \cdot \cos 73^\circ \quad DA^2 = 15^2 + 12^2 - 2 \cdot 15 \cdot 12 \cdot \cos 107^\circ$$

$$DE \approx 16,21 \text{ m}$$

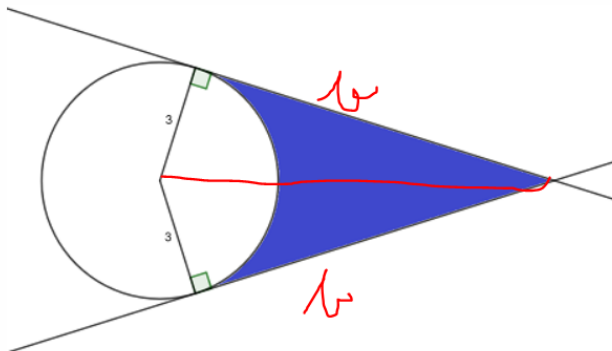
$$DA \approx 21,80 \text{ m}$$

Pituusero on $21,80 \text{ m} - 16,21 \text{ m} \approx 5,6 \text{ m}$



6. Pinta-ala 12 p.

Laske väritetyn alueen pinta-ala yhden numeron tarkkuudella. Väritettyä aluetta rajaavan ympyrän kaaren pituus on $b = \frac{23\pi}{12}$.



Lasketaan ensin kaarta vastaavan kulman suuruus. $\frac{23\pi}{12} = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 3 \Leftrightarrow \alpha = \frac{23\pi \cdot 360^\circ}{12 \cdot 2\pi \cdot 3} = 115^\circ$

Kuvioon muodostuu kaksi yhdenmuotoista suorakulmaista kolmiota kun ympyrän keskipiste ja tangenttien

leikkauspiste yhdistetään. Muodostuneiden kolmioiden yksi kulma on $\frac{115^\circ}{2} = 57,5^\circ$..

Suorakulmion toinen kateetti b voidaan laskea tangentilla $\tan 57,5^\circ = \frac{b}{3} \approx b = 3 \cdot \tan 57,5^\circ = 4,709$

Väritetyn alueen pinta-ala on kolmioiden ala - sektorin ala

$$2 \cdot \frac{3 \cdot 4,709}{2} - \frac{115^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 3^2 = 5,095 \approx 5$$

7. Kartio ja pallo 12 p.

Suoran ympyräkartion pohjan säde on 2cm ja korkeus on 5cm. Kuinka suuri on suurin mahdollinen kartion sisään asetetun pallon tilavuus (pallon keskipiste on kartion korkeusjanalla), joka sivuaa tämän kartion pohjaa ja vaippaa.

Piirretään mallikuva kartion poikkileikkauksesta (kolmion sisään piirretty ympyrä), muodostuu kksi yhdenmuotoista

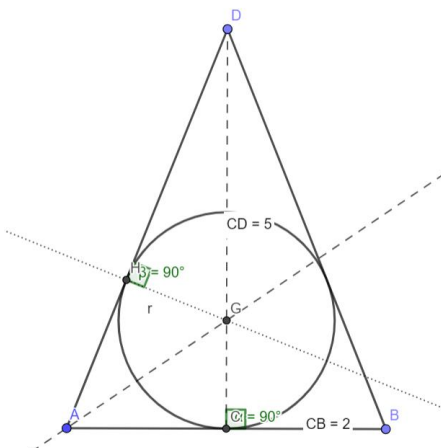
suorakulmaista kolmiota. Lasketaan ensin kartion sivun pituus $BD = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}$

Tehdään verranto jolla saadaan pallon säde:

$$\frac{r}{5-r} = \frac{2}{\sqrt{29}} \Leftrightarrow \sqrt{29}r = 10 - 2r \Leftrightarrow (\sqrt{29} + 2)r = 10 \Leftrightarrow r = \frac{10}{\sqrt{29} + 2} \approx 1,354 \text{ cm}$$

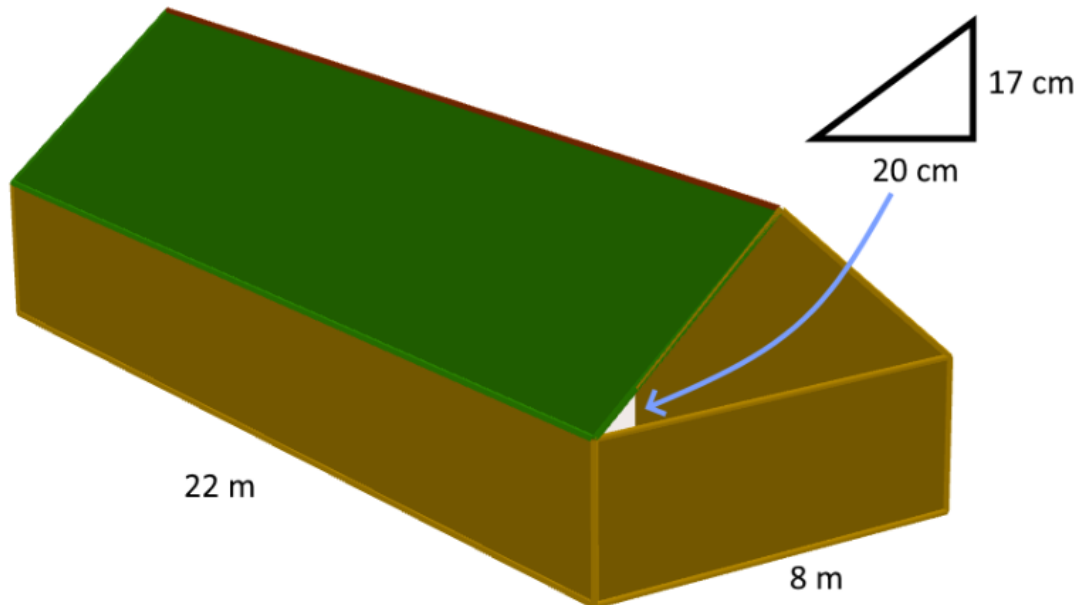
Pallon tilavuus on siis

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (1,354 \text{ cm})^3 = 10,397 \text{ cm}^3 \approx 10 \text{ cm}^3$$



8. Peltikaton maalaus 12 p.

Erkki suunnittelee peltikaton maalausta. Talon pituus on 22,0 m ja leveys 8,0 m. Erkki ei tiedä katon harjakorkeutta, eikä hänellä ole riittävän pitkiä tikkaita, jotta hän voisi sen mitata. Kekseliäänä tyyppinä Erkki mittaa talon räystään nurkasta suorakulmaisen kolmion, jonka kannaksi hän saa on 20 cm ja korkeudeksi 17 cm.



Selvitä, kuinka monta litraa Erkki tarvitsee maalia katon maalaukseen, kun maalin riittävyys valmistajan ilmoituksen mukaan on $7 \text{ m}^2/\text{L}$.

Talon pääty on tasakylkinen kolmio jolloin sen korkeusjana puolittaa päätysivun pituuden. Voidaan siis apukolmiosta määrittää katon kaltevuuskulma ja sen avulla katon lappeen pituus c.

$$\tan \alpha = \frac{17 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} \Leftrightarrow \alpha = \tan^{-1} \left(\frac{17 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} \right) = 40,36^\circ$$

$$\cos 40,36^\circ = \frac{4 \text{ m}}{c} \Leftrightarrow c = \frac{4 \text{ m}}{\cos 40,36^\circ} = 5,249 \text{ m}$$

Lasketaan ensin katon kokonaispinta-ala: $2 \cdot 5,249 \text{ m} \cdot 22 \text{ m} = 230,97 \text{ m}^2$

Lasketaan sitten maalin tarve: $\frac{230,97 \text{ m}^2}{7 \frac{\text{m}^2}{\text{l}}} = 32,99 \text{ l} \approx 33 \text{ l}$

9. Kulma särmiössä (12 p.)

Suorakulmisen särmiön korkeus on 48 cm ja sen pohja on neliö, jonka sivun pituus on 34 cm. Määritä särmiön samasta kärjestä lähtevien sivutahkojen lävistäjien välinen kulma

a) piirtämällä ja määrittämällä geometriaohjelmalla

b) laskemalla.

b) Lasketaan ensin sivutahkon lävistäjä ja pohjatahkon lävistäjä:

$$IB = ID = \sqrt{48^2 + 34^2} = \sqrt{3480} \approx 58,82 \text{ cm}$$

$$BD = \sqrt{34^2 + 34^2} = \sqrt{2312} \approx 48,08 \text{ cm}$$

Lasketaan kulma kosinilauseella:

$$2312 = 3480 + 3480 - 2 \cdot \sqrt{3480} \cdot \sqrt{3480} \cdot \cos \alpha \Leftrightarrow \alpha = 48^\circ$$

HUOM! $\sqrt{a^2} = a$

```
solve(2312=3480+3480-2*3480*cos(x))
```

```
{-48.10126732, x=360*constn(2)+48.10126732}
```

a)

