

16.15 Ratkaise yhtälö  $x^4 + 5x^2 - 6 = 0$  seuraavan ohjeen mukaisesti:



- 1) Muuta yhtälö toisen asteen yhtälöksi tekemällä sijoitus  $x^2 = t$ .
- 2) Ratkaise toisen asteen yhtälöstä muuttuja  $t$ .
- 3) Ratkaise muuttuja  $x$  yhtälöstä  $x^2 = t$ .

Kinjoitetaan yhtälö muotoon:

$$(x^2)^2 + 5x^2 - 6 = 0 \quad (\text{yhtälössä muuttujana on } x^2)$$

$$a=1, b=5, c=-6 \quad (\text{käytetään ratkaisukaavaa})$$

$$X = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm 7}{2}$$

$$x^2 = -6 \quad (\text{ei ratkaisua}) \quad \vee \quad x^2 = 1 \quad \parallel \sqrt{\quad}$$

$$x = \pm \sqrt{1} = \pm 1$$

16.18 Määritä kolme peräkkäistä kokonaislukua, joiden tulo on yhtä suuri kuin niiden summa.

Olkoon luvut  $x-1, x, x+1$

Muodotetaan yhtälö:

$$x(x-1)(x+1) = (x-1) + x + (x+1)$$

$$x(x-1)(x+1) = 3x$$

$$\underline{x(x-1)(x+1) - 3x = 0}$$

$$x \left( \underline{(x-1)(x+1) - 3} \right) = 0$$

$$x \left( \underline{x^2 - 1 - 3} \right) = 0$$

$$x(x^2 - 4) = 0$$

Tulon nollasäännöllä:

$$\underline{x=0} \vee \underline{x^2 - 4 = 0}$$

$$x^2 = 4 \quad || \sqrt{\quad}$$

$$\underline{\underline{\text{luvut: } -1, 0, 1}}$$

$$x = \pm \sqrt{4} = \pm 2$$

$$\underline{\underline{\text{luvut: } -3, -2, -1}} \quad \vee \quad \underline{\underline{\text{luvut: } 1, 2, 3}}$$

# Nollakohtien ja tekijöiden yhteys

Esim. Ratkaisu yhtälö:

$$(x+1)(x-3)=0$$

Täten nollasäännöllä:

$$x+1=0 \quad \vee \quad x-3=0$$

$$x=-1 \quad \vee \quad x=3$$

TAI  $x^2-3x+x-3=0$  Tekijöihin jakaminen

$$x^2-2x-3=0$$

$$(x-1)(x-3)$$

$$x^2-2x-3 = (x-(-1))(x-3) = (x+1)(x-3)$$

## Polynomien ensimmäisen asteen tekijät

LAUSE

- Jokaisella  $n$ :n asteen polynomilla on korkeintaan  $n$  nollakohtaa.
- Jos  $n$ :n asteen polynomilla  $P(x)$  on nollakohdat  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , niin polynomi  $P$  on muotoa  
$$P(x) = a(x-x_1)(x-x_2) \cdot \dots \cdot (x-x_n),$$
missä kerroin  $a$  on polynomien  $P$  korkeimman asteen termin kerroin.
- Jos polynomilla ei ole yhtään nollakohtaa, niin polynomilla ei ole yhtään ensimmäisen asteen tekijää.

17.2 a) Ratkaise yhtälö  $25x^2 - 20x + 4 = 0$ .

b) Ilmaise polynomi  $25x^2 - 20x + 4$  tekijöidensä tulona.

$$a) 25x^2 - 20x + 4 = 0$$

$$\text{solve}(25x^2 - 20x + 4 = 0)$$

□

$$\text{tekijä } (x - \frac{2}{5})^2$$

vain yksi ratkaisu  
 $\frac{2}{5}$  on kaksoinkertainen  
juuri

$$\left\{ x = \frac{2}{5} \right\}$$

17.4 Muodosta toisen asteen yhtälö, jonka toisen asteen termin kerroin on 3, ja jonka

- ratkaisut ovat  $-6$  ja  $1$
- ainoa ratkaisu on  $-6$ .

$$\begin{aligned} a) 3(x - (-6))(x - 1) &= 3(x+6)(x-1) \\ &= 3(x^2 - x + 6x - 6) \\ &= 3(x^2 + 5x - 6) = \underline{\underline{3x^2 + 15x - 18}} \end{aligned}$$

$$b) 25x^2 - 20x + 4 = 25 \left(x - \frac{2}{5}\right)^2$$