

16.15 Ratkaise yhtälö $x^4 + 5x^2 - 6 = 0$ seuraavan ohjeen mukaisesti:



- 1) Muuta yhtälö toisen asteen yhtälöksi tekemällä sijoitus $x^2 = t$.
- 2) Ratkaise toisen asteen yhtälöstä muuttuja t .
- 3) Ratkaise muuttuja x yhtälöstä $x^2 = t$.

Järjätetään yhtälö muotoon

$$(x^2)^2 + 5x^2 - 6 = 0$$

$$a=1, b=5, c=-6$$

Ratkaitaan x^2 :n muuten

$$x^2 = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm 7}{2}$$

$$x^2 = \frac{-5+7}{2} = 1 \quad \vee \quad x^2 = \frac{-5-7}{2} = -6$$

ei ratk.

$$\underline{\underline{x = \pm \sqrt{1} = \pm 1}}$$

16.18 Määritä kolme peräkkäistä kokonaislukua, joiden tulo on yhtä suuri kuin niiden summa.

Oletetaan luvut $x-1, x, x+1$

Muodokitaan yhtälö: $3x$

$$(x-1) \cdot x \cdot (x+1) = \cancel{x-1} + x + \cancel{x+1}$$

$$\underline{x(x-1)(x+1) - 3x = 0}$$

$$x((x-1)(x+1) - 3) = 0$$

Tutun nollasuunnolla

$$\underbrace{x=0} \quad \vee \quad \underbrace{(x-1)(x+1)-3=0}$$

↓

$$x^2 - 1^2 - 3 = 0$$

luvut ovat:

$$x^2 - 4 = 0$$

-1, 0, 1

$$x^2 = 4 \quad // \sqrt{\quad}$$

$$x = \pm 2$$

kun $x = -2 \Rightarrow$

kun $x = 2 \Rightarrow$

luvut ovat: -3, -2, -1

luvut ovat 1, 2, 3

Polynomin ensimmäisen asteen tekijät

1) Jokaisella n :n asteen polynomilla on korkeintaan n nollakohtaa.

2) Jos n :n asteen polynomilla $P(x)$ on nollakohdat x_1, x_2, \dots, x_n , niin polynomi P on muotoa

$$P(x) = a(x-x_1)(x-x_2)\cdots(x-x_n),$$

missä kerroin a on polynomin P korkeimman asteen termin kerroin.

3) Jos polynomilla ei ole yhtään nollakohtaa, niin polynomilla ei ole yhtään ensimmäisen asteen tekijää.

Esim. $\downarrow a$

$$1 \cdot (x+2)(x-3) = x^2 - 3x + 2x - 6 = x^2 - x - 6$$

$(x-(-2))(x-3)$
 $(x+2)(x-3) = 0$

$x+2 = 0 \vee x-3 = 0$
 $x = -2 \vee x = 3$

$a=1$

- 17.5 Muodosta kolmannen asteen polynomifunktio, jonka kolmannen asteen termin kerroin on 8 ja jonka nollakohdat ovat -4 , 0 ja 6 .

Funktio on muotoa: $8(x-(-4))(x-0)(x-6) =$

$$8x(x+4)(x-6) = 8x(x^2 - 6x + 4x - 24)$$

$$= 8x(x^2 - 2x - 24)$$

$$= \underline{\underline{8x^3 - 16x^2 - 192x}}$$

17.1 Jaa polynomi tekijöihin.

a) $x^2 + x - 6$

b) $x^2 + x - 30$

c) $-3x^2 + 6x - 3 = -3(x^2 - 2x + 1) = -3(x-1)^2$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

c) $-3x^2 + 6x - 3 = 0$

$x=1$ (ms. kakinkertainen juuri)

tekijä $(x-1)^2 \Rightarrow -3x^2 + 6x - 3 = -3(x-1)^2$