

11.17 Aino esitteli perheensä: "Minulla on kaksi veljeä. Heidän ikänsä toteuttavat seuraavan ehdon: Kun iän neliöön lisätään luku 14, saadaan ikä yhdeksänkertaisena." Määritä veljien iät.

Olkoon ikä x .

Muodortetaan yhtälö $x^2 + 14 = 9x$

Ratkaitaan yhtälö: $x^2 - 9x + 14 = 0$

$$a=1, b=-9, c=14$$

Käytetään ratkaisukaavaa: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 14}}{2 \cdot 1} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 56}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{9 \pm 5}{2}$$

iät ovat $\frac{9+5}{2} = \frac{14}{2} = 7$ ja $\frac{9-5}{2} = \frac{4}{2} = 2$

11.21 Määritä vakiolle a sellainen arvo, että funktiolla $g(x) = 2x^2 - ax - a^2$ on nollakohta -3 . Mikä on tällöin funktion toinen nollakohta?

$$g(-3) = 0$$

$$2 \cdot 3^2 - a \cdot (-3) - a^2 = 0$$

$$-a^2 + 3a + 18 = 0$$

$$a = -1, b = 3, c = 18$$

soluilla $a = -3$ \vee $a = 6$

kun $a = 6$, niin $g(x) = 2x^2 - 6x - 36$

$$g(x) = 0, \text{ kun } x = -3 \vee x = 6$$

kun $a = -3$, niin $g(x) = 2x^2 + 3x - 9$

$$g(x) = 0, \text{ kun } x = -3 \vee x = \frac{3}{2}$$

"ratkaistaan a :n suhteen"

$$\text{olve } (-a^2 + 3a + 18 = 0, a)$$

$$\{a = -3, a = 6\}$$

11.15 Ratkaise yhtälö.

a) $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = 0$ $\parallel \cdot 9 \Leftrightarrow 9x^2 - \frac{2}{3} \cdot 9x + \frac{1}{9} \cdot 9 = 0$

b) $\frac{x^2}{2} - \frac{x-3}{12} = \frac{1}{3}$ $\parallel \cdot 12$ $6x^2 - x + 3 = 4$

Ratkaisukaavalla:

$$a=9, b=-3, c=1$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 1}}{2 \cdot 9} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 36}}{18} < 0$$

Vast: ei ratkaisua

b) $6x^2 - (x-3) = 4$

$$6x^2 - x + 3 = 4$$

$$6x^2 - x - 1 = 0$$

$$x = -\frac{1}{3} \vee x = \frac{1}{2}$$

$$\text{solve } (6x^2 - x - 1 = 0)$$

$$\{x = -\frac{1}{3}, x = \frac{1}{2}\}$$

SpeedCrunch

Istunto Muokkaa Näytä Asetukset Ohje

$x_2 = (-b - \sqrt{b^2 - 4ac}) / (2a)$
 $= 3$

$a = 2$
 $= 2$

$b = 1$
 $= 1$

$c = 4$
 $= 4$

1. **Näytä**

2. **Kaavakirja**

3. **Toisen asteen yhtälö**

Keypad Ctrl+K
 Kaavakirja Ctrl+1
 Vakiot Ctrl+2
 Funktiot Ctrl+3
 Muuttujat Ctrl+4
 Käyttäjän funktiot Ctrl+5
 Bittikenttä Ctrl+6
 Historia Ctrl+7
 Tilarivi Ctrl+B
 Koko näytön tila F11

7 8 9 + C √ n exp ln
 4 5 6 * E ^ ans sin arcsin
 1 2 3 - () x cos arccos
 0 , = + % ! x= tan arctan

Kaavakirja

Hakemisto

Algebra
 Toisen asteen yhtälö
 Logaritmin kannan vaihto

Geometria
 Ympyrä
 Sektori
 Palo
 Kuutio
 Kartio
 Lieriö

Yksikkömuunnokset
 Lämpötila

Elektroniikka

Istunto Muokkaa Näytä Asetukset Ohje

$b = -1$
 $= -1$

$c = -20$
 $= -20$

4. $a = 1$
 $b = -1$
 $c = -20$

5. $x_1 = (-b + \sqrt{b^2 - 4ac}) / (2a)$
 $= 5$

6. $x_2 = (-b - \sqrt{b^2 - 4ac}) / (2a)$
 $= -4$

Kaavakirja

Hakemisto

Toisen asteen yhtälö

$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$

$x_1 = (-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}) / (2 \cdot a)$

$x_2 = (-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}) / (2 \cdot a)$

Toinen asteen epäyhtälö

RATKAISTAAN AINA KUVAAJAN

AVULLA 

Esim. Ratkaisu epäyhtälö

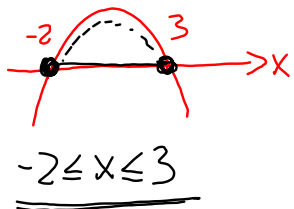
$$\textcircled{-}x^2 + x + 6 \geq 0$$

kuvaaja on alaspäin aukeava

etsitään nollakohdat

$$-x^2 + x + 6 = 0,$$

$$\text{kun } x = -2 \vee x = 3$$



12.7 Ratkaise epäyhtälö.

~~CAS~~ a) $(x-2)^2 < 9$

b) $(2x+1)^2 \geq x^2$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

a) $(x-2)^2 < 9$

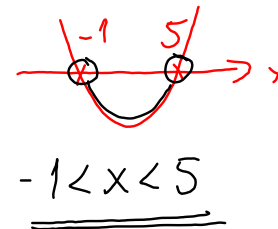
$$x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 < 9 \quad | -9$$

$$\underline{x^2 - 4x - 5 < 0}$$

ylöspäin aukeava

nollakohdat:

$$x = -1 \vee x = 5$$



b) $(2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1^2 \geq x^2$

$$4x^2 + 4x + 1 \geq x^2 \quad | -x^2$$

$$3x^2 + 4x + 1 \geq 0 \quad \dots$$

12.5 Ratkaise epäyhtälö.

CAS

a) $x^2 + 4 > 4x$

E3

b) $x(x+2) \leq -1$

b) $x^2 + 2x \leq -1$

④ $x^2 + 2x + 1 \leq 0$
yhtälön aukko



Ratkainaan nollosuhteet

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$x = -1$$