

Harmoninen värähtelijä

differensiaalisen avulla

Harmoninen voima:

$$F = -kx$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0 \quad \parallel \frac{dx}{dt} \parallel z$$

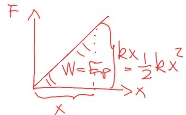
$$\frac{1}{2} m \frac{dx}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) + \frac{1}{2} k x^2 = 0$$

$$\frac{1}{2} m \frac{d}{dt} \left[\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} k \frac{d}{dt} (x^2) = 0$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} k x^2 \right) = 0 \quad \parallel \int \text{puolitetaan}$$

$$\frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} k x^2 = C = \text{vakio} *$$

"liike-energian ja potentiaalienergian summa on vakio"



* Ratkaistaan nopeus $\frac{dx}{dt}$

$$\frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = C - \frac{1}{2} k x^2 \quad \parallel \sqrt{\quad} \parallel m \parallel \sqrt{\quad}$$

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{2C - kx^2}{m}} \quad \text{yhdistetään vakiot}$$

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{k}{m} \left(\frac{2C}{k} - x^2 \right)}, \quad \text{merk. } \frac{2C}{k} = A^2$$

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{k}{m} (A^2 - x^2)} \quad (\text{Separoituna DY, erotetaan muuttujat})$$

$$\frac{1}{\sqrt{A^2 - x^2}} dx = \sqrt{\frac{k}{m}} dt \quad \parallel \int \text{puolitetaan}$$

$$\arcsin \left(\frac{x}{A} \right) = \sqrt{\frac{k}{m}} t + \varphi \quad \leftarrow \text{vakio}$$

$$x = \text{rim} \left(\sqrt{\frac{k}{m}} t + \varphi \right) \parallel A$$

$$x = A \text{rim} \left(\sqrt{\frac{k}{m}} t + \varphi \right) = A \text{rim}(\omega t + \varphi)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\text{jaksotaika: } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$



Tasainassa ympyräliikkeessä $A \text{rim}(\omega t + \varphi)$ on kehäpisteiden korkeus y-suunnassa

458. Punnuksen värähtely, jousivakio ja massa

+ Luo uusi matemaattinen tehtävä + Luo uusi palautuskansio + Luo uusi ryhmäpalautuskansio

Punnus ripustettiin roikkumaan jouseen, joka oli kiinnitetty voima-anturiin. Punnusta poikkeutettiin hieman, jolloin se alkoi värähdellä. Punnuksen paikkaa mitattiin sen alapuolelle sijoitetulla ultraäänianturilla. Mittaustulokset ovat liitteenä alla.

- Määritä tulosten perusteella värähtelyn taajuus.
- Esitä tulokset sopivassa koordinaatistossa ja määritä jousen jousivakio.
- Määritä punnuksen massa.

$$a) \varphi = \frac{1}{T} \left. \begin{array}{l} \text{kausaajasta } T = \frac{2\pi}{B} \end{array} \right\} \Rightarrow \varphi = \frac{B}{2\pi} = \underline{\underline{0,675 \text{ Hz}}}$$

Siirijunktion jakso

$$b) \bar{F} = kx$$

$$k = \frac{\Delta F}{\Delta x}$$

$$c) B = \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad || (\cdot)^2$$

$$B^2 = \frac{k}{m} \Leftrightarrow$$

$$m = \frac{k}{B^2}$$

