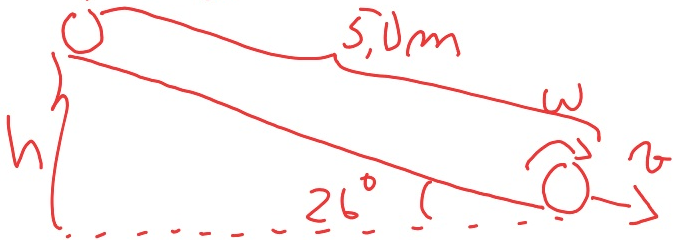


3-33. Umpinainen lieriö, jonka massa on 2,0 kg ja säde 6,0 cm, vierii liukumatta alas kaltevaa tasoa, jonka kaltevuuskulma on  $26^\circ$ . Mikä on levosta lähteneen lieriön etenemisnopeus, kun lieriö on vierinyt 5,0 m?

Mekaaninen energia säilyy:

$$E_p^a + \cancel{E_k^a} + \cancel{E_r^a} + \cancel{W} = \cancel{E_p^l} + E_k^l + E_r^l$$



$$E_p = 0$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2$$

$$\left(\sin 26^\circ = \frac{h}{5,0\text{m}}\right)$$

Umpinainen sylinteri:  $J = \frac{1}{2}mr^2$

$$\text{Kun } v = \omega r \Leftrightarrow \omega = \frac{v}{r}$$

$$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}mr^2 \left(\frac{v}{r}\right)^2$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{4}mv^2$$

$$g \cdot 5,0 \sin 26^\circ = \frac{3}{4}v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot g \cdot 5,0 \sin 26^\circ}$$

$$= \sqrt{\frac{4}{3} \cdot 9,81 \cdot 5,0 \cdot \sin 26^\circ}$$

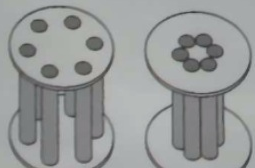
$$= 5,35 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx \underline{\underline{5,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

3-35. Umpinainen sylinteri ja ohutseinäinen pitkä putki lähtevät vierimään 1,7 m:n korkeudelta kaltevaa tasoa pitkin maahan. Putken massa ja säde ovat samat kuin sylinterillä. Millä nopeudella a) putki b) sylinteri tavoittaa maanpinnan? Mistä nopeuksien ero johtuu?

3-36. Oheisen kuvan esittämiä rullia käytetään demonstroitaessa hitausmomentin vaikutusta vierimisliikkeeseen. Samanmassaiset rullat koostuvat samanlaisista päätylevyistä ja kuudesta identtisestä terässauvasta.

- a) Kumman rullan hitausmomentti on suurempi?
- b) Rullat päästetään vierimään ilman alkunopeutta alas samaa kaltevaa tasopintaa. Kumpi vierii nopeammin?
- c) Rullat pannaan vierimään samalla alkunopeudella vaakasuoraa pintaa pitkin. Kumpi vierii pidemmän matkan ennen pysähtymistään?

[K1997, 12]



3-33. 5,4 m/s

3-34. ei

3-35. a) 4,1 m/s

b) 4,7 m/s

3-36. a) rullan 1

b) rulla 2 c) rulla 1

Tehty työ on potentiaalienergian muutos  $W = \Delta E_p = E_p^{\text{loppu}} - E_p^{\text{alku}}$ . Työ  $W$  on voiman  $F(r)$  integraali, kun siirtymä tapahtuu paikasta  $r_1$  paikkaan  $r_2$ . Integraaliksi tulee

$$\begin{aligned}
 W &= \int_{r_1}^{r_2} F(r) dr \\
 &= \int_{r_1}^{r_2} \gamma \frac{mM}{r^2} dr \quad \approx \int_{r_1}^{r_2} \gamma mM \underbrace{\left(\frac{1}{r^2}\right)}_{r^{-2}} dr = \gamma mM \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{-2+1} r^{-2+1} dr = \gamma mM \int_{r_1}^{r_2} -\frac{1}{r} dr \\
 &= -\gamma \frac{mM}{r_2} - \left( -\gamma \frac{mM}{r_1} \right)
 \end{aligned}$$

Koska integraalin täytyy olla yhtä suuri kuin potentiaalienergian muutos  $W = E_p^{\text{loppu}} - E_p^{\text{alku}}$ , nähdään  $m$ -massaisen kappaleen potentiaalienergian gravitaatiokentässä etäisyydellä  $r$   $M$ -massaisesta kappaleesta olevan  $-\gamma \frac{mM}{r}$ .

### \*336. Maata lähestyvä meteoriitti (YO-koe S2001)

+ Luo uusi matemaattinen tehtävä

+ Luo uusi palautuskansio

+ Luo u

Meteoriitti lähestyy Maata. Kun meteoriitti on etäisyydellä  $12 R$  maapallon keskipisteestä, sen nopeus Maan suhteen on  $8,5 \text{ km/s}$ . Kuinka suurella nopeudella meteoriitti syöksyy Maan ilmakehään (noin  $100 \text{ km}$ :n korkeudelle maanpinnasta)? Maapallon säde on  $R = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$ .



YO-koetehtävä syksy 2001

$$r_1 = 12 R$$

$$r_2 = 100000 + R$$

$$\frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 - \gamma \frac{M}{r_1} + \gamma \frac{M}{r_2} \quad || \cdot 2 / m$$

$$v_1 = 8500 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Meteoriitin kokonaisenergia säilyy

maan gravitaatiokentässä

$$\frac{1}{2} m v_1^2 - \gamma \frac{mM}{r_1} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \gamma \frac{mM}{r_2}$$