

FY7 Ratkaisut K26

1. Monivalintoja valosta (10 p.)

Valitse jokaisessa kohdassa oikea vaihtoehto. Oikea vastaus 1 p. tai 2 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p.

RATKAISU & PISTEYTYYS

Jokaisessa kohdassa oikea vastaus 2p.

1. Laservalo etenee lasista veteen kuvan mukaisesti. Lasin taitekerroin on 1,5 ja veden 1,33. Tarkastellaan valon kokonaisheijastumista lasin ja veden rajapinnassa.

Ratkaisu: Kokonaisheijastumisen rajakulma on noin 62° .

PERUSTELU

Valo etenee aineesta 1 aineeseen 2 siten, että taitekulma on suurempi kuin tulokulma, eli kokonaisheijastuminen on mahdollinen. Rajakulma saadaan taittumislainasta:

$$n_1 = 1,5$$

$$n_2 = 1,33$$

$$\frac{\sin(\alpha_1)}{\sin(90^\circ)} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{1,33}{1,5}\right) = 62,45^\circ \approx 62^\circ$$

Kummissa aineissa valo etenee nopeammin kuvan tilanteessa?

Ratkaisu: Valo etenee vedessä nopeammin kuin lasissa.

PERUSTELU

Valon etenemisnopeus lasketaan valonnopeudesta tyhjiössä c_0 seuraavasti:

$$c_n = \frac{c_0}{n}$$

Mitä suurempi on jakajan taitekerroin n , sitä pienempi on valon etenemisnopeus väliaineessa, jonka taitekerroin on n . Valo etenee nopeammin siis vedessä, jolla on pienempi taitekerroin. Tämän takia valo taittuu poispäin normaalista.

2. Mikä on kuvassa havaittava ilmiö?

Ratkaisu: Kuvassa havaittava ilmiö on nimeltään valon dispersio.

PERUSTELU

Kyseessä on valkoisen valon hajaantuminen väreihin, eli dispersio. Violetta ja sinistä vastaavat aallonpituudet taittavat voimakkaammin, punaista väriä vastaavat aallonpituudet vähiten.

Mitä kuvan perusteella voidaan päätellä eri väristen valonsäteiden taitumisesta lasin ja ilman rajapinnassa?

PERUSTELU

Sininen valo taittuu voimakkaammin, eli sinistä aallonpituutta vastaavalla säteilyllä on suurin taitekerroin. Valon etenemisnopeus on kääntäen verrannollinen taitekertoimeen, eli sininen valo etenee hitaammin.

3. Aurinkoisena kesäpäivänä asfaltilla olevassa öljyläikässä havaitaan värikäs kuvio. Mistä öljyläikän värillinen kuvio johtuu?

PERUSTELU

Kyseessä on valon interferenssi-ilmiö. Öljyläikän pinnalta ja pohjalta heijastuneet valon säteet interferoivat toisiaan vahvistaen värikkäissä kohdissa.

Violetin valon aallonpituus ilmassa on 400 nm. Öljyn taitekerroin on 1,44 ja ilman taitekerroin on 1. Kuinka paksu on öljykalvo violetin alueen kohdalla? Oleta, että öljyn ja asfaltin rajapinnassa tapahtuu vaihesiirto.

Ratkaisu: 139 nm

PERUSTELU

Koska ilman taitekerroin on pienempi kuin öljyn taitekerroin ($n_1 = 1 < n_2 = 1,44$), tapahtuu ilma-öljy-rajapinnassa puolen vaiheen vaihesiirto. Ilma-öljy-rajapinnan läpi taittuneessa valossa ei tapahdu vaihesiirtoa. Vahvistava interferenssi ilma-öljy-rajapinnasta heijastuneen ja öljy-asfaltti-rajapinnasta heijastuneiden säteiden välillä tapahtuu kun öljyläikän paksuus on puolet aallonpituudesta:

$$2d = \lambda \text{ eli } d = \frac{\lambda}{2}.$$

Valon aallonpituus ja etenemisnopeus muuttuu, kun valo etenee öljykalvossa. Taittumislaki:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}.$$

$$\lambda_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot \lambda_1 = \frac{1}{1,44} \cdot 400 \text{ nm} = 277,8 \text{ nm} \approx 278 \text{ nm}$$

$$\text{Tästä kalvon paksuus: } d = \frac{\lambda_2}{2} \approx 139 \text{ nm}$$

Vahvistava interferenssi tapahtuu, jos kalvon paksuun on pienimmillään 139 nm, seuraava kalvon paksuus 278 nm.

4. Kuvassa on esitetty mustan kappaleen säteilyn suhteellinen intensiteetti aallonpituuden funktiona 5000 K, 4000 K ja 3000 K lämpötiloissa.

Säteilyn tehokauman intensiteettimaksimin aallonpituus on kääntäen verrannollinen säteilijän lämpötilaan (K)

PERUSTELU

Wienin siirtymälain mukaan säteilijän lämpötila on kääntäen verrannollinen intensiteettimaksimin säteilytehoon.

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}$$

Näkyvän valon aallonpituudella oleva musta kappale säteilee 5000 K lämpötilassa. Tällöin Intensiteettijakauman maksimiarvo saavutetaan aallonpituudella 580 nm.

Wienin siirtymälaki:

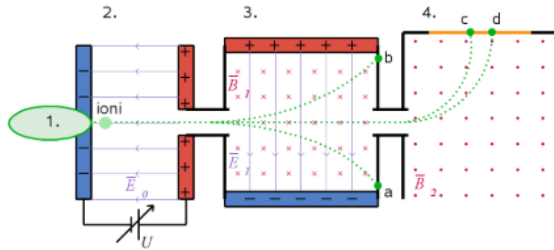
$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T} = \frac{2,8977 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{5000 \text{ K}} = 5,79 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx 580 \text{ nm}$$

2. Massaspektrometri (10 p.)

RATKAISU & PISTEYTYS

Jokaisessa kohdassa oikea vastaus 2 p.

Kuvassa on esitetty massaspektrometrin piirrosmalli: 1. ionilähde, 2. kiihdytyskenttä, 3. nopeusvalitsin ja 4. analysointikenttä sekä ilmaisimet.



Malliin on merkitty eräiden ionien kuviteltuja lentoratoja ja ionien osumakohtia (a-d) laitteistossa. Vastaa osatehtäviin mallin perusteella.

1. Mallin ionilähteestä saadaan **negatiivisesti varattu**ja hiukkasia.

PERUSTELU

Mallin kiihdytyskentän sähkökentän suunta on oikealta vasemmalle. Kentässä ioneihin kohdistuu sähköinen voima $\vec{F} = q\vec{E}$. Jotta ioni voi kiihtyä kentässä kohti nopeusvalitsinta, tulee voiman suunnan olla vastakkainen kentän suuntaan. Tämä on mahdollista jos $q < 0$ eli kun ioni on negatiivisesti varattu.

2. Osumakohtaan a osuvan ionin nopeutta kuvaa yhtälö $v < E_1/B_1$.

PERUSTELU

Kun ioni tulee nopeusvalitsimeen kohdistuu siihen kaksi vastakkaisuuntaista voimaa. Nopeusvalitsimen magneettikentässä vasemmalta oikealle etenevään negatiiviseen ioniin kohdistuva magneettinen voima on oikean käden säännön perusteella kuvassa ylöspäin. Vastaavasti sähkökentästä aiheutuva sähköinen voima kohdistuu kuvassa alaspäin. Newtonin II lain mukaan ioni etenee suoraan, jos voimien summa on nolla eli $F_B = F_E \Rightarrow qvB = qE \Rightarrow v = E/B$. Jos nopeus on sähkökentän ja magneettivuon tiheyden suhdetta pienempi, on sähköinen voima suurempi ja vastaavasti jos se on tätä nopeampi on magneettinen voima suurempi.

3. Osumakohtaan b osuvan ionin nopeutta kuvaa yhtälö $v > E_1/B_1$.

PERUSTELU

Kohdan kaksi perusteluiden mukaan.

4. Osumakohtaan c osuvan ionin nopeutta kuvaa yhtälö $v = E_1/B_1$.

PERUSTELU

Kohdan kaksi perusteluiden mukaan.

5. Osumakohtien c ja d ioneilla on sama sähkövaraus. Tällöin ionien massoille pätee yhtälö $m_c < m_d$.

PERUSTELU

Nopeusvalitsimesta suoraan edenneet ionit saapuvat analysointikenttään, jossa niihin kohdistuu magneettinen keskeisvoima, joka saa niiden radan kaareutumaan ympyräradalle. Tämän radan säde riippuu ionin massasta seuraavasti:

$F_B = qvB = ma_n = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow mv = r qB$. Koska molemmat ionit etenevät samalla nopeudella ja niillä on sama sähkövaraus, ovat ionin massa ja radan säde suoraan verrannolliset. Tämän takia osumakohtaan d osuvan ionin massan tulee olla osumakohtaan c osuvan ionin massaa suurempi.

3. Generaattori 10 p.

RATKAISU & PISTEYTYYS

Jokaisessa kohdassa oikea vastaus 2 p.

1. Kuvaajan perusteella mitä nopeammin magneetti pyörii, sitä **suurempi on lähdejännitteen huippuarvo** .

PERUSTELU

Faradayn induktiolain mukaan käämiin indusoituva lähdejännite on $e = -N \frac{d\Phi}{dt}$. Magneetin pyöriessä sen magneettikentän suunta käämin kohdalla muuttuu jaksollisesti, jolloin magneettivuo $\Phi = BA$ käämin silmukoiden läpi muuttuu myös jaksollisesti. Mitä lyhyempi jakso eli mitä nopeammin magneetti pyörii, sitä nopeammin magneettivuo muuttuu ja myös sitä suurempi jännite käämin päiden väliin muodostuu.

2. Lähdejännitteen huippuarvo saavutetaan, kun **magneettivuo käämin läpi on nolla**.

PERUSTELU

Kuvaajasta voidaan lukea, että magneettivuon tiheyden suuruus käämin akselin suunnassa on nolla, kun jännite saavuttaa maksimiarvonsa. Tämä tapahtuu kun pyörivän sauvamagneetin magneettikenttä on silmukoiden muodostaman tason suuntainen, jolloin magneettivuo silmukoiden läpi on nolla.

3. Mittauksessa aikavälillä 8-10 s. sauvamagneetin pyörimisnopeus **hidastuu**.

PERUSTELU

Kuvaajasta voidaan lukea, että jännitteen ja magneettivuon tiheyden arvot vaihtelevat jaksollisesti ja tämän jakson pituus kasvaa mittauksen aikana. Alussa jakson pituus on noin 0,40 s ja lopussa jo 0,55 s. Näin ollen pyörimisen tulee hidastua.

4. Tarkasteluvälillä 8-10 s. **lähdejännitteen huippuarvo on noin 0,85 V**.

PERUSTELU

Kuvaajasta voidaan lukea, että lähdejännitteen huippuarvo on -0,85 V hetkellä 8,05 s. Yhden jakson ajan indusoitunutta jännitettä voidaan melko hyvin pitää sinimuotoisena vaihtojännitteenä, jolle pätee: $u(t) = u_0 \sin(2\pi ft)$, missä huippuarvo on $u_0 = NBA2\pi f$. Toisin sanoen huippuarvo on aina positiivinen ja sinifunktion vaihteluväli on [-1,1].

Muut vastausvaihtoehdot eivät ole päteviä, sillä magneettivuon tiheyden huippuarvo on noin 1,9 mT ja jakson pituus on lyhimmillään vain 0,4 s, jota vastaa pyörimisaajuus 2,5 Hz.

5. Mittauksessa käytettyjä koeasetelmaa voidaan muuttaa. Millä seuraavista saadaan kasvatettua käämin päiden välistä mitattua huippujännitettä? → **Rautasydämen asettaminen käämin sisään**.

PERUSTELU

Kaikki muut vaihtoehdot pienentävät huippujännitteen arvoa kaavan $u_0 = NBA2\pi f$ mukaisesti. Rautasydämen asettaminen käämin sisään vahvistaa magneettikentän muodostumista sen sisällä, koska permeabiliteetti käämin sisällä kasvaa.

4. Rajapinnan taitesuhde, aineen taitekerroin ja valonnopeus 15 p.

4.1 Rajapinnan taitesuhde 8 p.

RATKAISU

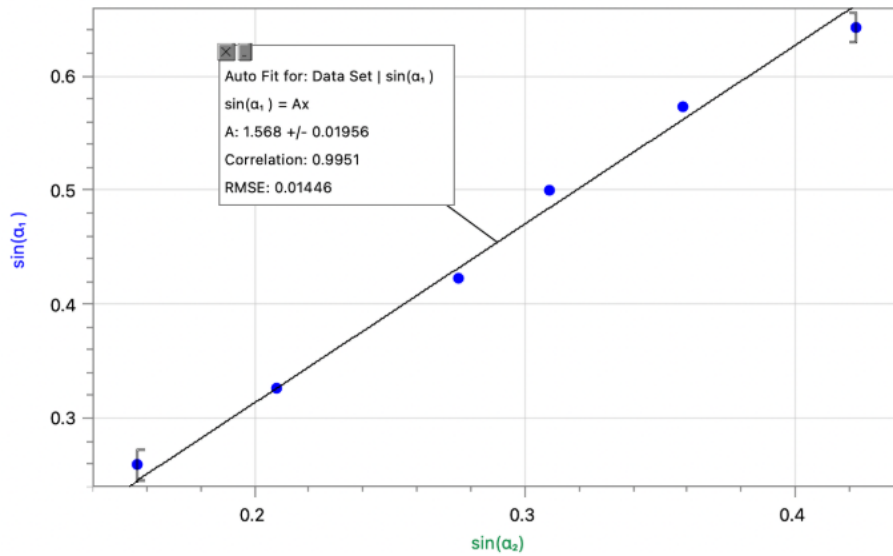
Tutkitaan ilman ja lasin muodostamaa rajapintaa. Valo etenee ilmasta lasiin. Taulukoidaan videosta tulokulman ja taitekulman arvoja.

	α_1 (°)	α_2 (°)
1	15	9
2	19	12
3	25	16
4	30	18
5	35	21
6	40	25

Lasketaan tulokulman ja taitekulman sinit.

$\sin(\alpha_1)$	$\sin(\alpha_2)$
0.259	0.156
0.326	0.208
0.423	0.276
0.500	0.309
0.574	0.358
0.643	0.423

Esitetään tulokset $(\sin(\alpha_2), \sin(\alpha_1))$ -koordinaatistossa. Tulokulman sini on pystyakselilla, taitekulman sini vaaka-akselilla.



Suoran kulmakerroin on ilma-lasi-rajapinnan taitesuhde taittumislain mukaisesti:

$$n_{12} = \frac{\sin(\alpha_1)}{\sin(\alpha_2)}$$

$$n_{12} = 1,57$$

PISTEYTYS

- Järkevät arvot videoaineistosta tulo- ja taitekulmille (2 p.)
- Sinien arvot laskettu (1 p.)
- Graafinen esitys (3 p.)
- Kulmakertoimen tulkinta taitesuhteeksi ja järkevä tulos (1 p.) + (1 p.)

2. Mitä taitesuhde kuvaa kun valo etenee ilmasta lasiin? Mikä olisi taitesuhde, jos valo etenee päinvastaiseen suuntaan lasista ilmaan?

RATKAISU

Ilma-lasi-rajapinnan taitesuhde kuvaa ilman ja lasin rajapinnan kykyä taittaa valoa. Jos valo etenee päinvastaiseen suuntaan lasista ilmaan, olisi rajapinnan taitesuhde käänteisluku ilma-lasi-taitesuhteelle:

$$n_{21} = \frac{1}{n_{12}}$$

PISTEYTYYS

- Rajapinnan taitesuhde käsitteen merkitys rajapinnan ominaisuutena (1 p.)
- Kaava tai esimerkki (1 p.)

3. Määritä kokeessa käytetyn lasin taitekerroin. Millä nopeudella valo etenee tutkimuksen mukaan lasissa?

RATKAISU

Valon taitekerroin lasille saadaan taittumislain avulla:

$$n_{12} = \frac{n_2}{n_1}$$

Sijoittamalla arvot saadaan:

$$n_2 = n_1 \cdot n_{12} = 1 \cdot 1,57 = 1,57$$

Valon etenemisnopeus lasissa:

$$c_n = \frac{c_0}{n_2} = \frac{2,9979 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,57} = 1,909 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 1,9 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

tai

$$c_n = \frac{c_0}{1,57} = 0,636 \cdot c_0 \text{ eli } 64 \% \text{ :ia tyhjiönnopeudesta}$$

PISTEYTYYS

- Taitekerroin taittumislain avulla (2 p.)
- Tulos taitekertoimelle (1 p.)
- Etenemisnopeus taitekertoimesta (1 p.)
- Tulos nopeuden arvona tai prosentteina (1 p.)

5. Magneetin pudotuskokeet 15 p.

1. Selitä, millaisia tuloksia pudotuskokeista voidaan olettaa saavan ja miten mittauksessa käytetyllä koejärjestelyllä voidaan kokeellisesti todentaa Faradayn induktiolaki eli käämiin induktiojännitteen lauseke $e = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.

RATKAISU

Faradayn induktiolain mukaan käämin päistä mitattava jännite on muotoa $e = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N \frac{\Delta(BA)}{\Delta t}$.

Laista voidaan havaita, että jännite on suoraan verrannollinen käämin kierrosten lukumäärään sekä magneettivuon muutosnopeuteen. Käämin kierrosten lukumäärää muuttamalla pitäisi saada aikaan mittaussarja, jossa induktiojännitteen huippuarvo on suoraan verrannollinen kierrosten lukumäärään. Toisin sanoen $e_{\max} \sim N$. Induktiojännitteiksi tulisi saada 300 kierroksella noin neljäsosa testituloksen huippujännitteestä ja 600 kierroksella noin kahdesosa. Vastaavasti 1200 kierroksella tulisi saada liki sama tulos.

Magneettivuon tiheys puolestaan riippuu putoavan magneetin magneettikentän voimakkuudesta, jota voidaan säätää kokeessa teippaamalla yksittäisiä magneetteja samansuuntaisesti yhteen. Jos oletetaan, että putoavan magneetin kentän voimakkuus kaksinkertaistuu, kun magneettien lukumäärä kasvaa kahteen ja vastaavasti kolminkertaistuu niiden lukumäärän ollessa kolme. Käämin läpi pudotettavien magneettien lukumäärää muuttamalla pitäisi saada aikaan mittaussarja, jossa induktiojännitteen huippuarvo on suoraan verrannollinen putoavien magneettien lukumäärään ja siten putoavan magneetin magneettivuon tiheyteen. Toisin sanoen $e_{\max} \sim B$. Koska tämä mittaus suoritetaan 600 kierroksen käämillä, induktiojännitteiksi tulisi saada yhdellä magneetilla noin kahdesosa testituloksen huippujännitteestä, kahdella magneetilla testituloksen huippujännite ja kolmella magneetilla 1,5-kertaisesti testituloksen huippujännite.

Pudotuskorkeutta muuttamalla voidaan säätää, millä nopeudella magneetti lähestyy käämin keskipistettä.

Energiaperiaatteen mukaan magneetin potentiaalienergia muuttuu sen liike-energiaksi. Näin ollen

$E_p = E_k \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh} \Rightarrow v \sim \sqrt{h}$ eli putoamiskorkeuden neliöjuuri on suoraan verrannollinen magneetin nopeuteen käämin keskipisteessä.

Magneettivuon muutosnopeutta voidaan puolestaan säätää sillä, kuinka nopeasti magneetti käämin läpi putoaa. Jos oletetaan liike lyhyellä matkalla ennen tai jälkeen käämin tasaiseksi, on magneetin putoamisnopeus kääntäen verrannollinen magneettivuon muutokseen kuluneeseen aikaan eli $v \sim \frac{1}{\Delta t}$. Mitä lähempänä sauvamagneetti on käämiä sitä suurempi magneettivuoto käämin silmukoiden läpi kulkee. Käämin läpi pudotettavien magneettien pudotuskorkeutta muuttamalla pitäisi saada aikaan mittaussarja, jossa induktiojännitteen huippuarvo on suoraan verrannollinen pudotuskorkeuden neliöjuureen ja lopulta myös magneettivuon muutosnopeuteen. Toisin sanoen $e_{\max} \sim \sqrt{h} \sim v \sim \frac{1}{\Delta t}$. Induktiojännitteiksi tulisi saada 4 cm pudotuskorkeudella noin neljäsosa testituloksen huippujännitteestä ja 9 cm pudotuskorkeudella noin kolme neljäsosaa huippujännitteestä. Vastaavasti 12 cm pudotuskorkeudella tulisi saada testituloksen huippujännite ja 25 cm pudotuskorkeudella viisi neljäsosa kertainen tulos.

PISTEYTYS

- Kuvattu miten koejärjestelyn kolmella eri sarjamittauksella voidaan osoittaa lain eri verrannollisuudet (2 p.)
- Perusteltu käämin kierroslukumäärän vaikutus induktiojännitteeseen (2 p.)
- Perusteltu magneettien lukumäärän vaikutus magneettivuon tiheyteen ja siten induktiojännitteeseen (2 p.)
- Perusteltu energiaperiaatteella tai putoamisliikkeen mallilla pudotuskorkeuden vaikutus magneetin nopeuteen (2 p.)
- Perusteltu magneetin putoamisnopeuden vaikutus magneettivuon muutosnopeuteen ja siten induktiojännitteeseen (2 p.)

2. Yhdistä oheiset mittauksessa saadut kuvaajat niitä vastaaviin koeasetelmiin. Koeasetelmat ovat lyhennetty seuraavasti: $h = 16$ cm, $N = 1200$, $B^* = 1$. Merkintä tarkoittaa 16 cm pudotuskorkeutta, 1200 kierroksen käämiä ja yhden magneetin muodostamaa magneettikenttää.

Kuvaajia on mahdollista suurentaa niitä painamalla niitä hiiren vasemmalla painikkeella.

RATKAISU

Kuvaajiin voidaan yhdistää oikea koeasetelma seuraavilla päätelmillä. Mitä korkeammalta magneetti pudotetaan, sitä lyhyemmässä ajassa induktiojännitteen piikit havaitaan. Verrataan kaikkien mittausten ensimmäistä huippuarvoa tehtävänannossa esitettyyn testikuvaajan jännitteen huippuarvoon.

1. kuvaajan tapauksessa havaitaan, että induktiojännitteen huippuarvo on noin 0,5 kertaa vertailuarvoon nähden. Näin ollen siinä on käytetty joko käämiä, jonka kierrosluku on puolet pienempi tai pudotuskorkeus on neljäsosa 16 cm pudotuskorkeudesta. Koska kuvaajassa induktiojännitteen muodostumiseen kuluu enemmän aikaa tulee sen nopeuden olla pienempi ja näin ollen pudotuskorkeuden matalampi.

2. kuvaajan tapauksessa havaitaan, että induktiojännitteen huippuarvo on noin 0,75 kertaa vertailuarvoon nähden. Mahdollisista koeasetelmista vain siinä tilanteessa, jossa magneetti pudotetaan 9 cm korkeudelta, saavutetaan 0,75 kertainen jännitteen huippuarvo.

3. kuvaajan tapauksessa havaitaan, että induktiojännitteen huippuarvo on noin 1,25 kertaa vertailuarvoon nähden. Mahdollisista koeasetelmista vain siinä tilanteessa, jossa magneetti pudotetaan 25 cm korkeudelta, saavutetaan 1,25 kertainen jännitteen huippuarvo.

4. kuvaajan tapauksessa havaitaan, että induktiojännitteen huippuarvo on noin 1,5 kertaa vertailuarvoon nähden. Mahdollisista koeasetelmista vain siinä tilanteessa, jossa pudotetaan kolme magneettia yhdessä, saavutetaan 1,5 kertainen jännitteen huippuarvo.

5. kuvaajan tapauksessa havaitaan, että induktiojännitteen huippuarvo on noin 0,25 kertaa vertailuarvoon nähden. Mahdollisista koeasetelmista vain siinä tilanteessa, jossa magneetti pudotetaan 300 kierroksen käämin läpi, saavutetaan 0,25 kertainen jännitteen huippuarvo.

PISTEYTYS

- Tehtävä on automaattisesti pisteytetty (5 x 1 p.)

6. Magneettinen voima 15 p.

1. U-magneetin magneettinen voima

U-magneetin välissä on voimakkuudeltaan 0,095 T magneettivuon tiheys. Magneetikentässä olevan johtimen pituus on 2,5 cm. Johtimessa kulkee 3,5 A sähkövirta. Kuinka suuri magneettinen voima johtimeen vaikuttaa kuvan tilanteessa?

RATKAISU

Suoraan virtajohtimeen vaikuttava magneettinen voima:

$$F_m = I \cdot L \cdot B = 3,5 \text{ A} \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 0,095 \text{ T} = 0,083125 \text{ N} \approx 83 \text{ mN}$$

PISTEYTYS

- Suureyhtälö (1 p.) ja oikea tulos (1 p.)

- Monivalinta pisteytetään automaattisesti (1 p.)

Mikä on virtajohtimeen vaikuttavan magneettisen voiman suunta? U-magneetin pohjoisnapa (N) on maalattu punaiseksi. Virtajohtimeen vaikuttavan magneettisen voiman suunta on näytön tasossa suuntaan

RATKAISU

Oikeankäden säännön mukaisesti suunta on D.

2. Suoran virtajohtimen magneettikenttä

Sähköjohdin ripustettiin 12 V oppilasvirtalähteeseen. Magneettikenttä anturia käytettiin suoran virtajohtimen magneettikentän mittaamiseen. Tällöin 5,5 cm etäisyydellä johtimesta mitattiin magneettivuon tiheydeksi 0,013 mT. Kuinka suuri oli tällöin johtimessa kulkeva virta?

RATKAISU

Suoran virtajohtimen magneettikenttä saadaan Biot'n ja Savartin laista:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{R}$$

Tästä

$$I = \frac{B \cdot 2\pi \cdot R}{\mu_0} = \frac{0,013 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot 2\pi \cdot 0,055 \text{ m}}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}} = 3,575 \text{ A} \approx 3,6 \text{ A}$$

PISTEYTYS

- Suureyhtälö (1 p.)
- Virta ratkaistu suureyhtälöstä (1 p.)
- Oikea tulos (1 p.)

3. Protoni homogeenisessä magneettikentässä

Protoni saapuu nopeudella $2,5 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ homogeeniseen magneettikenttään, jonka magneettivuon tiheys on 2,1 T. Kuinka suuri on protoniin vaikuttava magneettinen voima?

RATKAISU

Protoniin vaikuttava magneettinen voima

$$F_m = q \cdot v \cdot B = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 2,5 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2,5 \text{ T} = 1,0 \cdot 10^{-13} \text{ N}$$

PISTEYTYS:

- Oikea suureyhtälö (2 p.)
- Oikea tulos (1 p.)
- Monivalinta pisteytetään automaattisesti (1 p.)

Magneettisen voiman vaikutuksesta protonin ratakäyrä on kuvassa A.

4. Kahden suoran virtajohtimen välinen magneettinen voima

Kaksi 0,8 m pitkää suoraa yhdensuuntaista virtajohdinta on 1,5 cm etäisyydellä toisistaan. Johtimissa kulkee 4,2 A sähkövirta vastakkaisiin suuntiin. Kuinka suuri magneettinen voima vaikuttaa johdinten välillä?

RATKAISU

Kahden suoran virtajohtimen välinen magneettinen voima:

$$F_m = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I^2}{R} L = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{(4,2 \text{ A})^2}{0,015 \text{ m}} 0,8 \text{ m} = 1,881 \cdot 10^{-4} \text{ N} \approx 0,19 \text{ mN}$$

Voima on hylkimisvoima, koska virrat kulkevat vastakkaisiin suuntiin.

Tehtävä voidaan laskea myös suoran virtajohtimen magneettikentän

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{R} \text{ ja magneettisen voiman } F_m = ILB \text{ kautta.}$$

PISTEYTYS

- Suureyhtälö (1 p.)
- Oikea tulos (1 p.)
- Monivalinta pisteytetään automaattisesti (1 p.)

5. Silmukan läpäisemä magneettivuo

Laske silmukan läpi menevä magneettivuo, kun silmukan pinta-ala on $4,0 \text{ cm}^2$ ja silmukkaa vastaan kohtisuora magneettivuon tiheys on 32 mT .

RATKAISU:

Magneettivuo Φ

$$\Phi = BA = 32 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot 0,0004 \text{ m}^2 = 1,28 \cdot 10^{-5} \text{ Wb} \approx 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}$$

PISTEYTYS:

- Suureyhtälö (1 p.)
- Oikea tulos yksikkönä Wb tai Tm^2 (1 p.)

7. Energiantuotanto 20 p.

1. Generaattori pyörii 1500 kierrosta minuutissa ja siinä on 4 napaparia. Mikä on tuotetun sähkövirran taajuus? Miten napaparien lisääminen vaikuttaa generaattorin pyörimisnopeuteen, jos tuotetun vaihtojännitteen taajuus halutaan pitää vakiona?

RATKAISU

Aineiston mukaan

$$n = \frac{120 \cdot f}{P}$$

missä n pyörimisnopeus RPM, ja f taajuus, 120 muuntokerroin.

ratkaistaan suureyhtälöstä taajuus f ja sijoitetaan lukuarvot:

$$f = \frac{n \cdot P}{120} = \frac{1500 \cdot 4}{120} = 50 \text{ Hz}$$

Pyörimisnopeus ja napaparien lukumäärä ovat kääntäen verrannollisia. Napaparien lisääminen pienentää generaattorin pyörimisnopeutta.

PISTEYTYS

- Suureyhtälöstä taajuuden ratkaisu (1 p.) ja tulos (1 p.), yksiköitä ei vaadita.
- Kääntäen verrannollisuus (1 p.)

2. Generaattorin sinimuotoinen vaihtojännite

Sähköenergian siirrossa tarvittavien muuntajien toiminta perustuu induktioon. Johda aineistossa esitetyn Faradayn induktiolain ja magneettivuon $\Phi(t)$ avulla generaattorin tuottaman sinimuotoisen induktiojännitteen $e(t)$ huippuarvon lauseke

$$e_0 = N \cdot A \cdot B \cdot \omega.$$

RATKAISU

N = käämin kierrosten määrä, A = käämin pinta-ala, B = magneettivuon tiheys käämin silmukan läpi kun käämin taso on kohtisuorassa B :tä vastaan. Käämin pyörimisen kulmanopeus (rad/s) $\omega = 2\pi f$.

Faradayn induktiolaki:

$$e = -N \cdot \frac{d\phi}{dt} = -N \cdot \frac{d}{dt}(A \cdot B \cdot \cos(\omega \cdot t)) = -N \cdot A \cdot B \cdot (-\sin(\omega t) \cdot \omega)$$

$$e(t) = NAB\omega \cdot \sin(\omega t)$$

Huippujännite, eli sinimuotoisen aallon huippuarvo:

$$e_0 = NAB\omega$$

PISTEYTYS

- Aineistossa löydetty Faradayn induktiolaki ja magneettivuon lauseke (1 p.)
- Derivointi oikein (1 p.)
- Tunnistettu jännitteen huippuarvo tulona $e_0 = NAB\omega$ (1 p.)

3. Tehollisen arvon ja hetkellinen huippuarvon yhteys

Suomessa kolmivaiheisena tuotetun verkkojännitteen tehollinen arvo on 230 V. Kuinka suuri on verkkojännitteen hetkellinen huippuarvo?

RATKAISU

Sinimuotoisen jännitesignaalin ja huippuarvon välinen muuntosuhde

$$U_{eff} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

tästä saadaan:

$$U_0 = \sqrt{2} \cdot U_{eff} = \sqrt{2} \cdot 230V = 325,26..V \approx 325 V$$

PISTEYTYS

- Suureyhtälö (1 p.) ja ratkaisu (1 p.)

4. Sähkönsiirron hukkateho

Länsirannikolla sijaitsevan tuulivoimalan tuottama 4 MW teho siirretään 250 km pitkällä siirtojohdolla pääkaupunkiseudun kuluttajille. Siirtojohtojen resistanssi pituusyksikköä kohden on $0,055 \frac{\Omega}{\text{km}}$. Mikä on siirron hyötysuhde, kun siirtolinjan käyttämä jännite on 21 kV?

RATKAISU

Siirtojohtojen resistanssi:

$$R = 0,055 \frac{\Omega}{\text{km}} \cdot 250 \text{ km} = 13,75 \Omega$$

Ratkaistaan virta, jolla tehoa siirretään

$$P = UI$$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{4 \cdot 10^6 \text{ W}}{21 \cdot 10^3 \text{ V}} = 190,47619 \text{ A}$$

Hukkateho:

$$P_{hävio} = R \cdot I^2 = 13,75 \Omega \cdot (190,47619)^2 = 498866,210.. \text{ W}$$

Hyötysuhde:

$$\eta = 1 - \frac{498866,210 \text{ W}}{4 \cdot 10^6 \text{ W}} = 0,8752.. \approx 0,88$$

PISTEYTYS

- Johtimen resistanssi, oikea tulos (1 p.)
- Siirtovirta, oikea tulos (1 p.)
- Hukkateho (1 p.)
- Hyötysuhde (1 p.)

5. Generaattorit voimalaitoksissa

Mitä tekijöitä aineiston mukaan tulee huomioida kun sähköä tuottava voimalaitos kytketään valtakunnan verkkoon?

RATKAISU

- Taajuuden synkronointi:** Voimalaitoksen generaattorin taajuuden on oltava sama kuin valtakunnan verkon taajuus. Tämä varmistaa, että sähkövirta on yhteensopiva verkon kanssa.
- Jännitetason synkronointi:** Generaattorin tuottaman jännitteen on oltava sama kuin verkon jännite. Tämä estää jännitepiikit ja mahdolliset vauriot.
- Vaihekulman synkronointi:** Generaattorin ja verkon jännitteen vaihekulman on oltava sama. Tämä varmistaa, että sähkövirta virtaa sujuvasti ilman häiriöitä.
- Turvallisuus ja suojaus:** Voimalaitoksen on oltava varustettu asianmukaisilla suojalaitteilla, kuten ylijännitesuojilla ja katkaisijoilla, jotta voidaan estää mahdolliset vauriot ja vaaratilanteet

PISTEYTYS

-(1 p.) / kohta

6. Sähkövoimalan häiriötilanteet

Tarkastele aineiston perusteella miten energiantuotantolaitoksissa eli sähkövoimaloissa varaudutaan häiriötilanteisiin.

RATKAISU

- Akustot:** Akustot tarjoavat varavoimaa tilanteissa, joissa sähköntuotanto keskeyty äkillisesti. Ne voivat auttaa tasapainottamaan verkkoa ja estämään laajamittaiset sähkökatkokset.
- Nopeat säätövoimat:** Näitä voimaloita voidaan käynnistää nopeasti vastaamaan äkillisiin kuormitusmuutoksiin ja varmistamaan verkon vakaus.
- Automaattiset suojalaitteet:** Näihin kuuluvat ylijännitesuojat, katkaisijat ja muut laitteet, jotka suojaavat verkkoa ja voimalaitosta vaurioilta häiriötilanteissa
- Verkon valvonta ja hallinta:** Kehittyneet valvonta- ja hallintajärjestelmät mahdollistavat nopean reagoinnin häiriöihin ja auttavat palauttamaan verkon normaalitilaan mahdollisimman nopeasti.

PISTEYTYS

-(1 p.) / kohta

8. Europa Clipper 20 p.

1. Kuinka suuri viive edestakaisessa viestinnässä on keskimäärin, kun Clipper on Jupiteria kiertävällä radalla vuonna 2030?

RATKAISU

Vaikka Maa on alkuvuodesta samalla puolella kuin Jupiter Aurinkoon nähden, oletetaan silti, että viestin edestakainen matka on kaksi kertaa Jupiterin keskietäisyys Maasta. Sähkömagneettinen aaltoliike etenee valonnopeudella, joten viestinnässä syntyvä viive on tasaisen liikkeen mallin mukaan:

$$t = \frac{s}{c} = \frac{2 \cdot 778,3 \cdot 10^9 \text{ m}}{0,2997 \ 924 \ 58 \cdot 10^9 \text{ m/s}} \approx 5192 \text{ s} \approx 86,5 \text{ min.}$$

Vastaus: edestakaisen viestinnän viive on 86,5 min kun Clipper on Jupiteria kiertävällä radalla.

PISTEYTYYS

- Käytetty tasaisen liikkeen mallia (1 p.)
- Arvioitu matka käyttäen Jupiterin keskietäisyyttä (1 p.)
- Käytetty valonnopeutta viestin etenemisnopeutena (1 p.)
- Tulos 2-3 merkitsevällä numerolla (1 p.)

2. Kuinka suurella teholla Clipper-luotaimen aurinkopaneelit tuottivat sähköä heti laukaisun jälkeen Maata kiertävällä radalla?

RATKAISU

Aurinkoa voidaan ajatella pistemäisenä säteilylähteenä, jolloin sen säteilyteho on kääntäen verrannollinen etäisyyden neliöön. Tällöin myös paneelien sähköteho riippuu etäisyydestä auringosta. Saadaan verranto, jonka mukaan

$$\frac{P_m}{P_j} = \frac{r_j^2}{r_m^2} \Rightarrow P_m = \frac{r_j^2}{r_m^2} P_j = \left(\frac{778,3 \cdot 10^9 \text{ m}}{149,60 \cdot 10^9 \text{ m}} \right)^2 \cdot 600 \text{ W} \approx 16,2 \text{ kW.}$$

Vastaus: Clipperin aurinkopaneelien teho on 16,2 kW Maata kiertävällä radalla.

PISTEYTYYS

- Ajateltu aurinko pistemäisenä säteilijänä (1 p.)
- Säteilytehon riippuvuus etäisyydestä (1 p.)
- Muodostettu verranto (1 p.)
- Tulos 2-3 merkitsevällä numerolla (1 p.)

3. Miksi Clipper-luotaimen todellinen sähköteho ei ole välttämättä 600 W jatkuvasti Jupiteria kiertävällä radalla?

RATKAISU

Aurinkopaneelien teho alenee, jos luotain ei voi olla koko tehtävän ajan kohtisuorassa auringon säteilyyn. Lisäksi ionisoiva säteily voi ajan myötä vaurioittaa aurinkopaneeleita heikentäen niiden hyötysuhdetta.

PISTEYTYYS

- Pohdittu asennon vaikutus (1 p.)
- Pohdittu jokin tekijä, joka vaikuttaa paneelien hyötysuhteeseen (1 p.)

4. Kuinka suuri jännite Clipper-luotaimen magnetometrin johtimen päiden väliin voi suurimmillaan indusoitua Europan muodostaman magneettikentän takia? Magnetometrin pituus on 8,5 m.

RATKAISU

Kun luotain etenee Europan yllä ohilentonsa aikana, indusoituu magnetometrin johtimiin suurin jännite, kun luotaimen nopeus on suurimmilla ja suhteessa magneettikenttään kohtisuorassa sekä magnetometri on kohtisuorassa magneettikenttään ja etenemissuuntaan. Tällöin suoraan virtajohtimeen indusoituva jännite on

$$e = lvB \sin \alpha = lvB = 8,5 \text{ m} \cdot 4,1 \text{ km/s} \cdot 120 \text{ nT} \approx 4,2 \text{ mV}.$$

Vastaus: Magnetometrin johtimiin indusoituva jännite on suurimmillaan 4,2 mV.

PISTEYTYS

- Tunnistettu missä tilanteessa induktiojännite suoraan virtajohtimeen on suurimmillaan (1 p.)
- Suureyhtälö ja sijoitukset (2 p.)
- Tulos 2-3 merkitsevällä numerolla (1 p.)

5. Selitä, miten jään läpäisevällä tutkalla voidaan arvioida Europan jääpeitteen paksuus ja sen alla olevan meren syvyys.

Tutkan toiminta perustuu aikaeron mittaamiseen lähetettyjen ja vastaanotettujen radioaaltojen välillä. Radioaallot etenevät tyhjiössä valon nopeudella, mutta hidastuvat edetessään jäässä ja tämän alla vedessä. Kun radioaalloilla lähetetään pulssi, osa heijastuu jään pinnalta ja osa jään ja veden rajapinnasta. Tutka vastaanottaa ensin pinnalta heijastuneen aallon ja vasta tämän jälkeen jään ja veden rajapinnasta heijastuneen. Aikaero Δt ensimmäisen ja toisen heijastuneen aallon välillä on sama kuin ajan, joka radioaallon kestää kulkea jäässä edestakainen matka. Jään paksuus voidaan siis arvioida tasaisen liikkeen mallista $h = c_{\text{jää}} \cdot \frac{\Delta t}{2}$, missä radioaallon etenemisnopeus jäässä on $c_{\text{jää}} = \frac{n_0}{n_{\text{jää}}} \cdot c_0$.

Lasketaan radioaallon etenemisnopeudet jäässä ja vedessä.

$$c_{\text{jää}} = \frac{n_0}{n_{\text{jää}}} \cdot c_0 = \frac{1}{1,78} \cdot 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s} \approx 1,68 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$c_{\text{vesi}} = \frac{n_0}{n_{\text{vesi}}} \cdot c_0 = \frac{1}{8,94} \cdot 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s} \approx 3,35 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

Vastaus: luotaimen lähettämät radioaallot etenevät jäässä nopeudella $1,68 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ja vedessä nopeudella $3,35 \cdot 10^7 \text{ m/s}$.

PISTEYTYS

- Selitetty tutkan toimintaperiaate perustuen radioaallon heijastumiseen rajapinnoista (2 p.)
- Esitetty matemaattinen malli, jolla jään paksuus voidaan arvioida (2 p.)
- Tuloksen radioaaltojen etenemisnopeuksille 3 merkitsevällä numerolla (2 x 1 p.)