

Suoran yhtälö:

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

Muodosta suoran yhtälö kun sen kulmakerto on -2 ja suora kulkee pisteen $(3, -4)$ kautta.

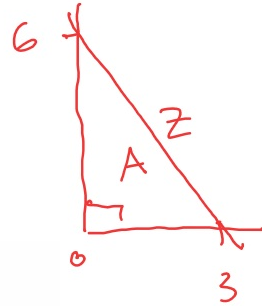
$$\begin{aligned} y - (-4) &= (-2)(x - 3) \\ y + 4 &= -2x + 6 \\ y &= -2x + 2 \end{aligned}$$

2. Yhtälö ja kolmio 12 p.

1. Ratkaise yhtälö $x^2 + 14 = 9x$. (4 p.)

2. Suora $y = -2x + 6$ rajaa positiivisten x - ja y -akselien kanssa suorakulmaisen kolmion. Määritä tämän kolmion pinta-ala ja hypotenuusan pituus. (8 p.)

Vakiotermin 6 kertoo y -akselin leikkauskohdan $y = 6$
 x -akselilla $y = 0 \Leftrightarrow -2x + 6 = 0$
 $-2x = -6 \parallel : (-2)$
 $x = 3$



$$A = \frac{3 \cdot 6}{2} = 9$$

$$Z^2 = 3^2 + 6^2 \parallel \sqrt{}$$

$$Z = \sqrt{9 + 36} = \sqrt{45}$$

$$= \underline{\underline{3\sqrt{5}}}$$

4. Eksponentiaalisia kuvaajia 12 p.

Aineisto

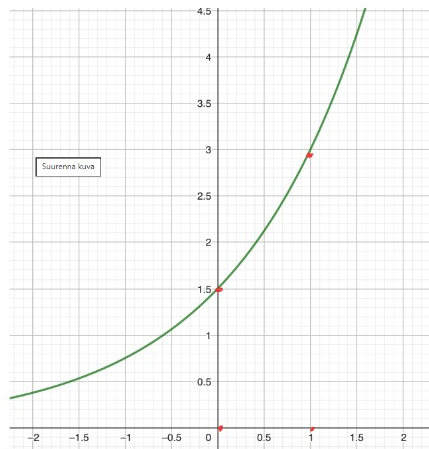
4.A Kuva: Eksponentiaalinen kuvaaja

4.B Kuva: Kolme kuvaajaa

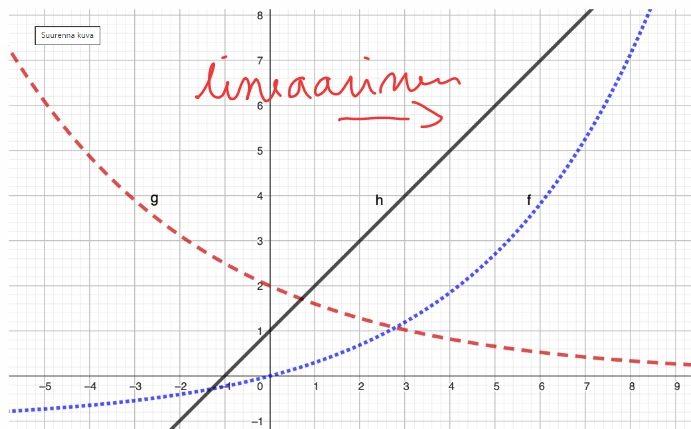
1. Kuvassa 4.A on funktion $u(x) = a \cdot b^x$ kuvaaja. Määritä vakiot a ja b . (6 p.)
2. Kuvassa 4.B on kuvaajat f , g ja h . Kaksi niistä ei ole muotoa $v(x) = c \cdot d^x$ olevan funktion kuvaaja millään vakioilla c ja d . Perustele, mitkä kaksi. (6 p.)

$$\begin{aligned} 1. \quad a \cdot \underbrace{b^0}_{1} &= 1,5 \Leftrightarrow a = 1,5 \\ a \cdot b^1 &= 3 \Leftrightarrow ab = 3 \quad || : 1,5 \\ b &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad h \text{ on lineaarinen} \\ f: \quad a \cdot b^0 &= 0 \Leftrightarrow a = 0 \\ &\Rightarrow ab^x = 0 \\ &(\text{ei eksp.}) \end{aligned}$$



4.B Kuva: Kolme kuvaajaa



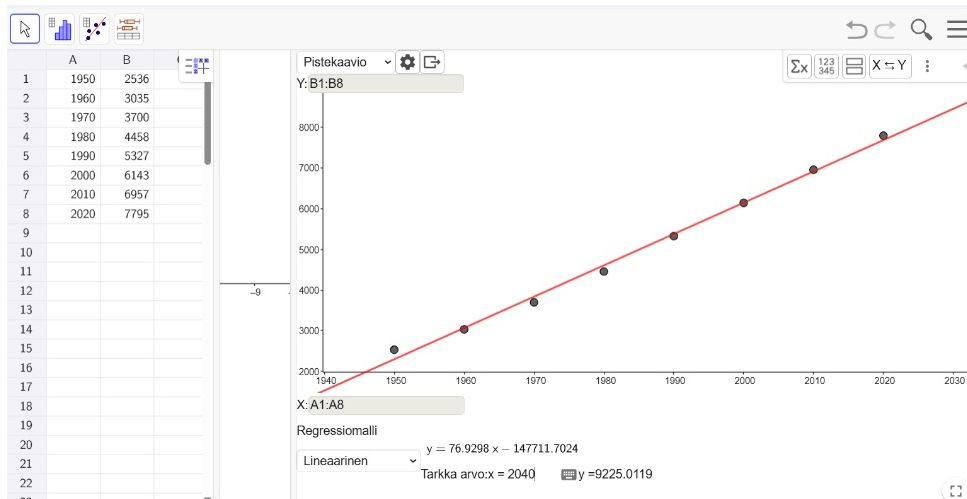
12. Maailman väestö 12 p.

Aineisto

12.A Taulukko: Väestömäärä YK:n arvioiden mukaan

Taulukossa 12.A on esitetty maailman väestömäärä vuodesta 1950 vuoteen 2020.

1. Mallinna väestömäärää sovittamalla aineistoon regressiosuora $y = a + bx$, kun x on vuosi ja y väestömäärä. (4 p.)
2. Väestönkasvua voi mallintaa myös lukujonolla $y_n = cq^n$, missä n on vuosi ja y_n on väestömäärä. Määritä parametrit c ja q käyttämällä vuosien 2010 ja 2020 väestömääriä. Vaihtoehtoisesti voit käyttää mallia $y_n = ce^{ktn}$, joka on käytössä tietyissä ohjelmistoissa. (4 p.)
3. Määritä ennusteet vuoden 2040 väestömäärästä osatehtävien 12.1 ja 12.2 mallien perusteella. (2 p.)
4. Arvioi osatehtävien 12.1 ja 12.2 mallien hyviä tai huonoja puolia. Mainitse kummastakin mallista yksi seikka. (2 p.)



12. Maailman väestö

12.A Taulukko: Väestömäärä YK:n arvioiden mukaan

Vuosi	Väestömäärä (miljoonaa)
1950	2536
1960	3035
1970	3700
1980	4458
1990	5327
2000	6143
2010	6957
2020	7795

muutoksen q :

$$q^{10} = \frac{7795}{6957} \Leftrightarrow q = \sqrt[10]{\frac{7795}{6957}}$$

2010	6957
2020	7795

-9

Y: D7:D8

X: A7:A8

Regressiomalli

Eksponentiaalinen

$y = 0 e^{0.0114x}$

Tarkka arvo: x = 2040

$y = 9785.9806$

