

Kirjainlaskennan perusteita

- kirjainlaskennassa lausekkeiden "rakennuspalikoita" kutsutaan termeiksi.

esim.



a



b



c

- termit voivat olla:

- pelkkää lukuja (1, 2, 3, 4, ...)

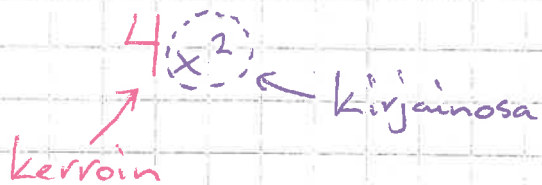
- pelkkää kirjaimia (a, b, c, d, ...)

- lukujen ja kirjainten tuloja ($2 \cdot a$, $6 \cdot c$, $-4 \cdot y$, ...)

- termin kertomerkkiä ei yleensä kirjoiteta näkyviin

esim. $4 \cdot x = 4x$, $2 \cdot a = 2a$, $-6 \cdot y = -6y$

- termin osat:



- termit ovat samannimiset, jos niillä on sama kirjainosa (eli kirjain ja potenssi ovat samat)

x ja 2x ovat samannimisiä

-3x² ja 12x² ovat samannimisiä

x⁰ ja 12x² eivät ole samannimisiä

- vain samannimisiä termejä voi yhdistää

$$a + 2a = 3a, \quad 3a + 2a = 5a, \quad 3a - 2a = a$$

3a - 2b → ei voi yhdistää, koska eri kirjainosat

2x² - 2x⁰ → ei voi yhdistää, koska eri kirjainosat

- samannimisten termien yhdistämistä kutsutaan sieventämiseksi.

Yhtälö

- yhtälössä kaksi lauseketta on merkitty yhtä suuriksi

$2x = x + 3$, $2x + 1 = x + 9$ ja $5x = 10$ ovat kaikki yhtälöitä

- yhtälöllä on vasen ja oikea puoli

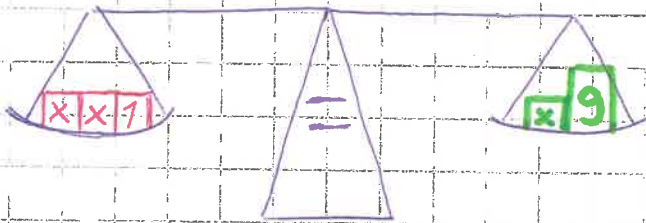
$$2x + 1 = x + 9$$

vasen puoli:
(lyhennys v.p.)

oikea puoli:
(lyhennys o.p.)

siis yhtäsuuruusmerkki jakaa yhtälön vasemman ja oikean puolen

- yhtälö toimii kuin vaaka: se on tasapainossa, kun molemmat puolet ovat yhtä suuret



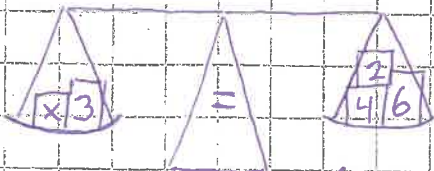
- yhtälön tasapainoa ei saa häiritä: jos toiselle puolelle lisää tai sieltä vähentää, pitää toiselle puolelle tehdä samoin

- esimerkkejä:

1. päättele x :n arvo



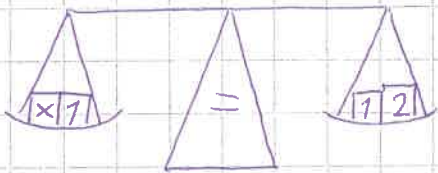
$$x = 6, \text{ koska } 6 + 2 = 8$$



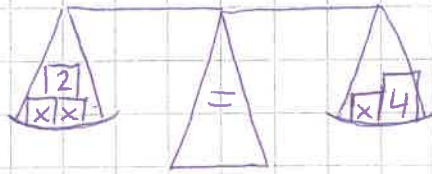
$$x = 9, \text{ koska } 9 + 3 = 12$$

$$(2 + 4 + 6 = 12)$$

2. kirjoita vaakian yhtälö



$$x + 1 = 3$$



$$2x + 2 = x + 4$$

Yhtälö ja sen ratkaisu

- yhtälön ratkaisu on kirjainmuuttujan paikalle tuleva luku, jolla yhtälö totentuu eli sen molemmat puolet tulevat yhtä suuriksi
- eräs tapa yhtälön ratkaisun löytämiseen on sijoitusmenetelmä: kirjoita luku yhtälön kirjainmuuttujan tilalle
esim. Onko luku 4 yhtälön $3x+3=15$ ratkaisu?

kirjoita luku 4 x :n tilalle yhtälöön

$$3x+3=15$$

$$3 \cdot x+3=15$$

$$3 \cdot 4+3=15$$

$$12+3=15$$

$$15=15$$

muista! kertoimen ja kirjainmuuttujan välissä on kertomerkki

\Rightarrow yhtälön vasen ja oikea puoli ovat yhtä suuret eli luku 4 on yhtälön ratkaisu

- yhtälön ratkaisu on toiselta nimeltään yhtälön juuri.

Harjoitus 1: Onko luku 3 yhtälön $7x-1=20$ ratkaisu?

$$7x-1=20$$

$$7 \cdot x-1=20$$

$$7 \cdot 3-1=20$$

$$21-1=20$$

$$20=20$$

V: luku 3 on yhtälön ratkaisu

Harjoitus 2: Onko luku 5 yhtälön $6x+7=35$ ratkaisu?

$$6x+7=35$$

$$6 \cdot x+7=35$$

$$6 \cdot 5+7=35$$

$$30+7=35$$

$$37=35$$

V: luku 5 ei ole yhtälön ratkaisu

Yhtälön ratkaiseminen

- yhtälöiden ratkaisemisen periaate:

1. Siirrä termit oikeille paikoille. Kirjaimia sisältävät termit vasemmalle puolelle yhtälöä ja pelkät luvut oikealle puolelle.

2. Poista kerroin kirjaimen edestä (jos on kerroin)

- yhtälöä käsiteltäessä kaikki termien siirrot (vaihe 1) tapahtuvat molemmiin puolin yhtälöä tehtävillä laskuilla:

- jos siirrät positiivisen (+) termin toiselle puolelle, niin valitse vähennyslasku

$x + 1 = 5$ siirto tapahtuu vähentämällä molemmilta puolilta 1

$$x + 1 - 1 = 5 - 1$$

$$x = 4$$

- jos siirrät negatiivista (-) termiä toiselle puolelle, niin valitse yhteenlasku

$x - 1 = 5$ siirto tapahtuu lisäämällä molemmille puolille

$$x - 1 + 1 = 5 + 1$$

$$x = 6$$

- kirjainmuuttujan kerroin poistetaan (vaihe 2) jakamalla yhtälö molemmat puolet kertoimella:

$3x = 3$ x:n kerroin on 3 eli jaetaan molemmat puolet 3:1

$\frac{3x}{3} = \frac{3}{3}$ (kerroin ja jakolasku kumoavat toisensa vasemmalle puolella)

$$x = \frac{3}{3}$$

$$x = 1$$

- yhtälön molemmille puolille tehtävä laskutoimitus merkitään yhtälön viereen "tolpilla".

esim. merkintä $\parallel +7$ tarkoittaa, että seuraavaksi yhtälön molemmille puolille lisätään 7

$$x+1=5 \quad \parallel -1$$

$$x+1-1=5-1$$
$$x=4$$

$$x-1=5 \quad \parallel +1$$

$$x-1+1=5+1$$
$$x=6$$

$$3x=3 \quad \parallel :3$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{3}{3}$$
$$x = \frac{3}{3}$$

$$x=1$$

havainto: "tolppien" taakse kirjoitetaan aina siirrettävälle tai poistettavalle termille **vastakkainen** laskutoimitus

Harjoitus: ratkaise yhtälö.

a) $x+7=10 \quad \parallel -7$

$$x+7-7=10-7$$
$$x=3$$

b) $3x=21 \quad \parallel :3$

$$\frac{3x}{3} = \frac{21}{3}$$
$$x = \frac{21}{3}$$
$$x=7$$

c) $3x+7=19 \quad \parallel -7$

$$3x+7-7=19-7$$
$$3x=12 \quad \parallel :3$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$$
$$x = \frac{12}{3}$$
$$x=4$$

1. Siirrä ensin 7 oikealle puolelle

2. Poista x:n kerroin

Nimittäjä yhtälössä:

- jakolaskua sisältävän yhtälön ratkaiseminen:

1. Siirrä termit oikeille paikoille. Kirjaintermit vasemmalle puolelle ja pelkät luvut oikealle puolelle

2. Poista kirjainmuuttujan jakaja kertomalla yhtälön molemmat puolet jakajalla

- jakajan poistaminen

$$\frac{x}{6} = 2 \quad || \cdot 6 \quad \text{jakaja on } 6 \text{ eli kerro molemmat puolet } 6 \text{ lla}$$

$$\frac{x}{\cancel{6}} \cdot \cancel{6} = 2 \cdot 6 \quad (\text{jakaja ja kertolasku kumoavat toisensa})$$

vasemmalla puolella

$$x = 2 \cdot 6$$

$$x = 12$$

- kirjainmuuttuja voi olla myös jakaja

$$\frac{3}{x} = 3 \quad || \cdot x \quad \text{jakaja on } x \text{ eli kerro molemmat puolet } x \text{ llä}$$

$$\frac{3}{\cancel{x}} \cdot \cancel{x} = 3 \cdot x$$

$$3 = 3 \cdot x$$

$$3 = \overset{\curvearrowright}{3} x$$

$$\overset{\curvearrowright}{3} x = 3 \quad || : 3$$

$$\frac{3x}{\cancel{3}} = \frac{3}{\cancel{3}}$$

$$x = \frac{3}{3}$$

$$x = 1$$

(tässä tapauksessa 3 ja 3x saa vaihtaa toiselle puolelle yhtälöä ilman laskeutimitusta)

Harjoituksia:

$$a) \frac{x}{3} = 9 \quad || \cdot 3$$

$$\frac{x}{3} \cdot 3 = 9 \cdot 3$$

$$x = 9 \cdot 3$$

$$x = 27$$

$$b) \frac{x}{4} = 6 \quad || \cdot 4$$

$$\frac{x}{4} \cdot 4 = 6 \cdot 4$$

$$x = 6 \cdot 4$$

$$x = 24$$

$$c) \frac{42}{x} = 7 \quad || \cdot x$$

$$\frac{42}{x} \cdot x = 7 \cdot x$$

$$42 = 7 \cdot x$$

$$42 = 7x$$

$$7x = 42 \quad || : 7$$

$$\frac{7x}{7} = \frac{42}{7}$$

$$x = \frac{42}{7}$$

$$x = 6$$

$$d) \frac{x}{4} + 1 = 5 \quad || -1$$

$$\frac{x}{4} + 1 - 1 = 5 - 1$$

$$\frac{x}{4} = 4 \quad || \cdot 4$$

$$\frac{x}{4} \cdot 4 = 4 \cdot 4$$

$$x = 4 \cdot 4$$

$$x = 16$$

1. Siirrä 1 oikealle puolelle

2. Poista jakaja