

Fysiikka 7

Sähkö-opin pikakertaus

Sähkömagnetismi

Juhani Kaukoranta
Raahen lukio 2012

Sähkövaraukset

- Elektronin ja protonin varauksen itseisarvoa kutsutaan **alkeisvaraukseksi** e (protonin varaus on $+e$ ja elektronin $-e$). $1e \approx 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- Koska atomissa on yhtä monta protonia ja elektronia, on atomin kokonaisvaraus nolla
- Kappaleen varaus eli sähkövaraus on sähkömäärä Q , joka on alkeisvarauksen e moninkerta. $Q = \pm ne$
- Ca^{2+} -ionin varaus on $+2e$

Varaukset

Varauksen Q yksikkö on $1 \text{ C} = 1 \text{ coulombi} = 1 \text{ ampeerisekunti}$
 $1 e = 1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Jännitteen U yksikkö on $1 \text{ V} = 1 \text{ voltti}$
 Virran I yksikkö on $1 \text{ A} = 1 \text{ ampeeri}$
 Resistanssin R yksikkö on $1 \Omega = 1 \text{ ohmi}$

Kun johtimen poikkileikkauksen läpi kulkee 1 coulombin varaus sekunnissa, sähkövirran voimakkuus on 1 ampeeri

$Q = I \cdot t$

$Q =$ siirtynyt varaus (coulombit)
 $I =$ virran voimakkuus (ampeerit)
 $t =$ aika (sekunnit)

Virta, jännite, resistanssi

PUIMURI ("jos ei leikkaa, niin puimuri leikkaa")

$P = U \cdot I$ M $U = R \cdot I$

$\rightarrow I = \frac{U}{R}$

$U =$ jännite
 $I =$ virta
 $R =$ resistanssi

Vastuksien yhdistäminen:

Sarjaan $R_{\text{kok}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$

Rinnankytkentä $\frac{1}{R_{\text{kok}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$

Kondensaattori

varaus jännite

kapasitanssi C $C = \frac{Q}{U} \Leftrightarrow Q = CU$

Energia $E = \frac{1}{2} CU^2$

- kondensaattoria käytetään sähkövarauksen **varastointiin** ja **purkamiseen** \rightarrow Jännite & virtapulssi
- kondensaattori koostuu kahdesta levystä, joiden välillä vaikuttaa kapasitanssi (varauskyky)

Kapasitanssin yksikkö on $1 \text{ F} = 1 \text{ faradi}$ (valtava suuri)
 Käytännössä milli-, mikro-, nano ja pikofaradeja

Sähkökenttä

Kahden levyn väliin syntyy homogeeninen sähkökenttä E

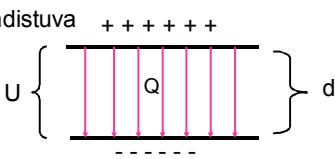
$E = \frac{U}{d}$

Levyjen välillä oleva Jännite U aikaansaa sähkökentän E .
 Yksikkö voltia/m
 Kentän suunta on plussasta miinukseen

Esim. 100 V jännite, levyjen väli on 50 cm . Kenttä $E = ?$

$E = \frac{U}{d} = \frac{100 \text{ V}}{0,50 \text{ m}} = 200 \frac{\text{V}}{\text{m}}$

Varaukseen Q kohdistuva Voima F

$$F = EQ$$


Kentän kahden pisteen välillä oleva potentiaaliero (jännite):

$$U = E \cdot \Delta x$$

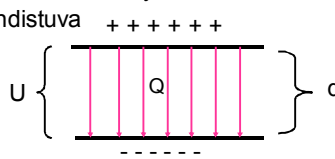
Yksikkö: [V]

jossa Δx =pisteiden välimatka

Sähkökentän tekemä työ

Varaukseen Q kohdistuva Voima F

$$F = EQ$$

$$U = E \cdot \Delta x$$


Jännitteen U tekemä työ matkalla d:

$$W = F \cdot d = EQ \cdot d = UQ$$

jossa Δx =pisteiden välimatka

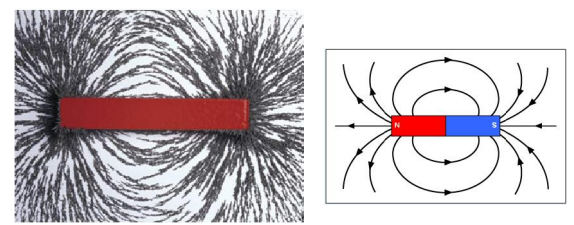
$$U \cdot Q = \frac{mv^2}{2}$$

Yksikkö: [J]

Magneettivuon tiheys B
 kuvaa voimaviivojen tiheyttä, viivoja/m²
 B kuvaa magneettikentän voimakkuutta

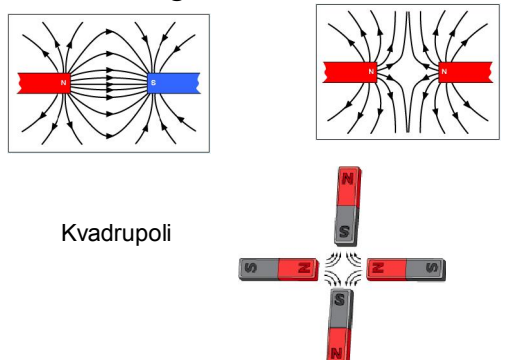
Magneettivuo Φ
 (Kuvaa voimaviivojen lukumäärää)

Sauvamagneetin kenttä



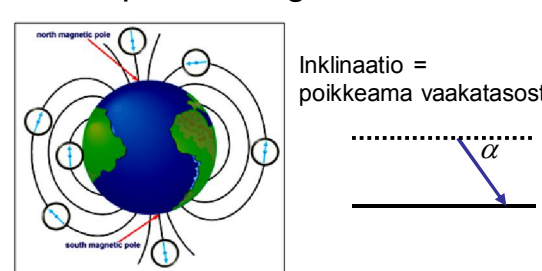
Voimaviiva kuvaa magneettikenttää.
 Kentän suunta N → S (kompasseineulan suunta)
Voimaviivojen tiheys kuvaa kentän vuon tiheyttä B

Magneettikenttiä



Kvadrupoli

Maapallon magneettikenttä



Inkлинаatio = poikkeama vaakatasosta

Magneettikenttiä

Magneettikentän voimakkuutta kuvataan magneettivuon tiheydellä **B**, yksikkö 1 T = 1 Tesla

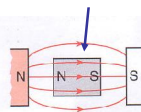
400 kV voimajohdon alla	~ 10 μT
50 m päässä voimajohdosta	~ 1 μT
Kodin sähkölaitteet	~ 0,1 μT
Maapallon magneettikenttä	~ 50 μT
Kestomagneetti	~ 1 mT
Sähkömagneetti	~ 1 T
Magneettikuvaus	~ 1 T
CERNin LHC:n magneetit	~ 7 T
Tavallinen pulsari	~ 10 ⁸ T
Magnetaari	~ 10 ¹¹ T

Pitkäaikainen altistus ei saisi ylittää 100 μT

Permeabiliteetti kertoo aineiden magneettisuus

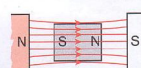
Tukittava aine

μ_r kertoo kuinka paljon aine vahvistaa kenttää tyhjiöön verrattuna
 $\mu_r = 1 =$ sama kuin tyhjiö (ei tee mitään)



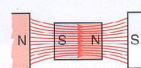
$\mu_r < 1$

Diamagneettinen heikentää hieman ulkoista kenttää



$\mu_r > 1$

Paramagneettinen hieman vahvistaa ulkoista kenttää



$\mu_r \gg 1$

Ferromagneettinen vahvistaa voimakkaasti ulkoista kenttää

Sähkökenttä E kiihdyttää ja myös kaarruttaa, jos $v \perp E$

Homogeeninen sähkökenttä E, suunta pos varauksen liikesuunta

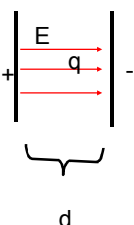
$$E = \frac{U}{d}$$

Sähkökenttä aikaansaa varaukseen q voiman

$$F = qE$$

Sähkökenttä tekee varaukselle työn W

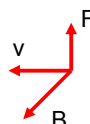
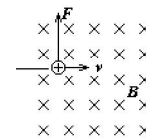
$$W = Uq = \frac{mv^2}{2} \rightarrow \text{saadaan } v$$



Liikkuva varaus magneettikentässä

Kun sähkövarauksen q nopeus v on kohtisuorassa magneettikenttää vastaan, varaus lähtee kaartuvaan ympyräliikkeeseen.

kaarruttavan voiman F suunta positiiviselle varaukselle:



$$F = qvB$$

Liikkuva varaus magneettikentässä

Varaus joutuu **magneettikentän** pakottamana **keskeisliikkeeseen**, jossa kaarruttava voima on aina yhtä suuri kuin keskeisvoima.

$$\Sigma F_o = \frac{mv^2}{R}$$

$$qvB = \frac{mv^2}{R}$$

$$\text{josta } R = \frac{mv}{qB}$$

Kulmanopeus ω ja ratanopeus v: $v = \omega R$

Ympyräliike

Kulmanopeus, ratanopeus, kierrostaajuus

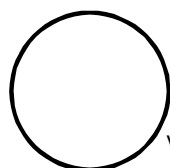
v = ratanopeus (m/s)

ω = kulmanopeus (radiaania/s)

T = kierrosaika (yhden kierroksen aika, s)

R = radan säde (m)

n, f = kierrostaajuus (kierroksia sekunnissa, 1/s, Hz)



$$v = \omega \cdot R$$

$$\omega \cdot T = 2\pi$$

$$v \cdot T = 2\pi R$$

$$f = \frac{1}{T}$$

Liikkuva varaus magneettikentässä

Magneettikentässä liikkuvan varauksen kulmanopeus ja kierrosaika ovat riippumattomia radan säteestä ja hiukkasen nopeudesta:

$$\omega \cdot T = 2\pi$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Kierrosaika T:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{v}{\frac{mv^2}{qB}} = \frac{qB}{m}$$

Kierrostaajuus f:
(syklotronitaajuus)

$$f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}$$

Syklotroni

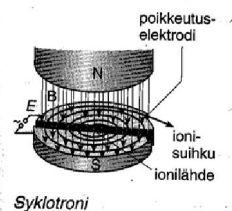
Suurtaajuuden vaihtojännitteen avulla kiihdytetään varauksia. Rata on spiraali

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \quad \mathbf{v = \omega R}$$

$$\omega T = 2\pi \rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Näistä saadaan vaihtojännitteen taajuudeksi f

$$f = \frac{qB}{2\pi m}$$



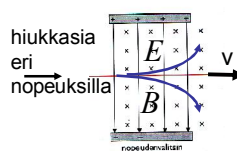
Tämä on sama kuin hiukkasen kierrostaajuus

Yo-tehtävä 11 syys 2007

11. Ensimmäisessä rakentamassaan syklotronissa vuonna 1931 Ernest Orlando Lawrence käytti magnettia, jolla hän sai aikaan 0,35 T:n suuruisen magneettivuon tiheyden. Kiihdytyskammion säde oli 11,4 cm.
- Kuinka suuri oli tällä syklotronilla kiihdytettyn protonien energia?
 - Kuinka suuri oli syklotronin kiihdytysjännitteen taajuus?

Nopeudenvältsin

→ kaikilla läpikäynteillä täsmälleen sama nopeus



Sähkökenttä **E** työntää positiivista varausta alaspäin **F=qE**

Magneettikenttä **B** työntää positiivista varausta ylöspäin **F = qvB**

Nopeudenvältsin:
E ja B:n voimat yhtä suuria → lentää suoraan

$$qE = qvB$$

$$v = \frac{E}{B}$$

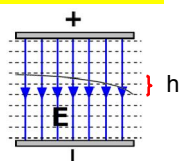
Nopeudella v kulkevat pääsevät suoraan läpi, muut yli tai ali

Varauksen liike

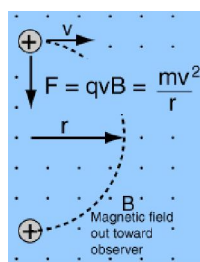
Sähkökentässä
paraabeli. Nopeus kasvaa

$$F = ma = qE$$

$$a = \frac{qE}{m} \quad h = \frac{at^2}{2}$$



Magneettikentässä
ympyrä. Nopeus vakio



Teht. 1-22. Ca²⁺ -ionit kiihdytetään 42 kV jännitteellä.

a) Laske ionien nopeus

$$U = 42000 \text{ V}$$

$$U \cdot q = \frac{mv^2}{2}$$

$$q = 2e = 2 \cdot 1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 3,2043546 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m = 39,962591 \text{ u} = 39,96259 \cdot 1,6605655 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$m = 6,636 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

$$\frac{mv^2}{2} = Uq$$

$$mv^2 = 2Uq$$

$$v^2 = \frac{2Uq}{m} \rightarrow v = \sqrt{\left(\frac{2Uq}{m}\right)} \approx 636900 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$qE = qvB$$

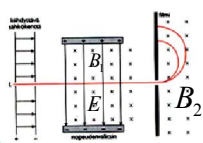
$$v = \frac{E}{B}$$

$$E = vB = 636900 \text{ m/s} \cdot 270 \text{ mT}$$

$$E = 170000 \text{ V/m}$$

Massaspektrometri

Massaspektrometrin avulla saadaan hyvin tarkasti ionisoitujen atomien massan ja varauksen suhde sekä alkuaineiden isotooppien massat.



Läpi tulee hiukkaset, joiden nopeus on v . Ne kaartuvat magneettikentässä B_2 :

$$qvB_2 = \frac{mv^2}{R} \quad \text{josta } R = \frac{mv}{qB_2}$$

Nopeudenvälitsin:
 E ja B_1 :n voimat yhtä suuria \rightarrow lentää suoraan

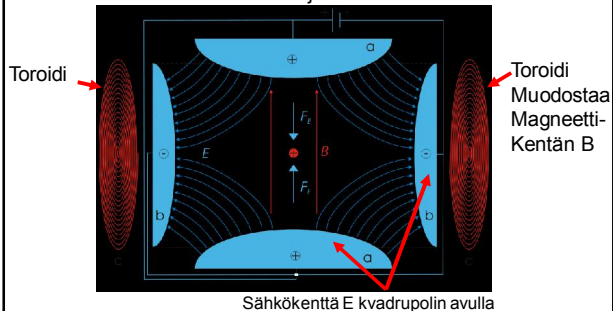
$$qE = qvB_1 \quad v = \frac{E}{B_1}$$

Eri massaiset isotoopit kaartuvat eri paikkaan

Penning-loukku (Penning Trap)

Vakio kvadrupolisähkökenttä ja magneettikenttä

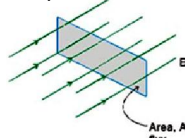
- säilötään varauksia, mm **antiprotoneja** ("antimateriaa")
- mitataan tarkasti varattujen hiukkasten ominaisuuksia



Magneettivuo $\Phi = B \cdot A$

(kenttä kohtisuorassa pintaan nähden)

Pinta-alan A läpi kulkeva **magneettivuo Φ** kuvaa pinnan läpi kulkevien **voimaviivojen määrää**



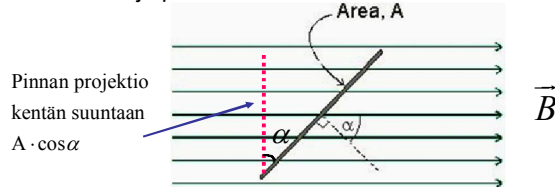
Jos magneettikentän vuontiheys on B , niin pinnan läpi kulkeva magneettivuo Φ on

$$\Phi = B \cdot A \quad (\text{kenttä on kohtisuorassa } A \text{ nähden})$$

Vuon yksikkö $1 \text{ Wb} = 1 \text{ Weber} = 1 \text{ Vs} = 1 \text{ Ts}$

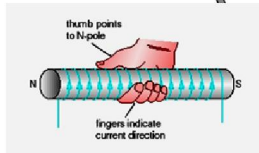
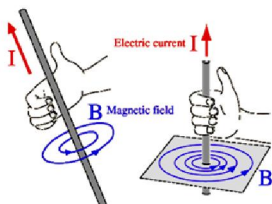
Magneettivuo kun magneettikenttä ei ole kohtisuorassa pintaan nähden

Kentän B ja pinnan **normaalin** välinen kulma on α



$$\Phi = BA \cos \alpha$$

Sähkövirta synnyttää magneettikentän



Etäisyydellä r kenttä B :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Virtajohtimeen kohdistuva voima magneettikentässä

Jos johdin on kohtisuorassa magneettikenttää vastaan, kenttä kohdistaa voiman F johtimeen:



$$F = I \cdot l \cdot B$$

F = voima
 l = virta
 l = johdon pituus

Jos johdin muodostaa kulman α kentän B kanssa, niin kentän kohdistama voima on

$$F = I \cdot l \cdot B \sin \alpha$$

Tehtävä. Maan magneettivuon tiheys on eräällä alueella $49 \mu\text{T}$ ja inkliinaatio 71° . Kentässä on $0,50 \text{ m}$ pitkä pystysuora johtimen osa, jossa kulkee $4,0 \text{ A}$ virta ylhäältä alas.

Laske johtimeen vaikuttavan voiman suuruus ja suunta.

$F = I \cdot l \cdot B \cdot \sin \alpha$

$\alpha = \text{virran (johtimen) ja kentän välinen kulma}$
 $\alpha = 90^\circ - 71^\circ = 19^\circ$

$F = 4,0 \text{ A} \cdot 0,50 \text{ m} \cdot 49 \mu\text{T} \cdot \sin 19^\circ \approx 32 \mu\text{N}$

Ylhäältä katsottuna:

I alas, B pohjoiseen $\rightarrow F$ itään

V: $32 \mu\text{T}$ itään

Käämi magneettikentässä

Magneettikenttä pyrkii kääntämään silmukan kentän suuntaiseksi (silmukassa kulke virta I)

Silmukkaa vääntää momentti M :

$M = I \cdot A \cdot B \sin \alpha$

$(M = N \cdot I \cdot A \cdot B \sin \alpha)$

$M = \text{momentti}$
 $I = \text{virta}$
 $A = \text{silmukan poikkipinta}$
 $\alpha = \text{silmukan normaalin ja kentän } B \text{ välinen kulma}$
 $N = \text{kierrosten määrä}$

Sähkömagneettinen induktio

Muuttuva magneettikenttä indusoi johtimeen jännitteen ja virran

Lenzin laki: indusoituneen virran synnyttämä magneettikenttä vastustaa synnyttäneitä magneettikenttää

Liikkuva johdin magneettikentässä

\rightarrow Johtimeen indusoituu jännite

Kun johtimen liikesuunta on kohtisuorassa mg-kenttään nähden, johtimeen indusoituu jännite e_i :

$e_i = l \cdot v \cdot B$

Jos liikesuunnan ja johtimen välillä on kulma α :

$e_i = l \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha$

Johtimessa ei kulje sähkövirtaa

Johdinsilmukkaan indusoitunut jännite (Faradayn ja Henryn laki)

Kun johdinsilmukan läpi kulkeva **magneettivuon Φ muuttuu**, niin silmukkaan indusoituu jännite e_i

$e_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ $e_i = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ (jos N kierrosta)

Magneettivuon muuttuu (silmukan läpi kulkevien voimaviivojen määrä muuttuu) kun:

- Silmukka paikallaan, magneettikenttä muuttuu
- Silmukka saapuu magneettikenttään
- Silmukka poistuu magneettikentästä (jos silmukka liikkuu kokonaan vakioisen magneettikentän sisällä, jännite ei indusoidu)

Magneettivuon $\Phi = B \cdot A$

(kenttä kohtisuorassa pintaan nähden)

Pinta-alan A läpi kulkeva **magneettivuon Φ** kuvaa pinnan läpi kulkevien voimaviivojen määrää

Jos magneettikentän vuontiheys on B , niin pinnan läpi kulkeva magneettivuon Φ on

$\Phi = B \cdot A$ (kenttä on kohtisuorassa A nähden)

Vuon yksikkö $1 \text{ Wb} = 1 \text{ Weber} = 1 \text{ Vs} = 1 \text{ Ts}$

Silmukkaan indusoitunut jännite

$$\Phi = B \cdot A \quad (\Phi = B \cdot A \cdot \cos \alpha)$$

(B ja A kohtisuorassa) (α on pinnan normaalin ja kentän välinen kulma)

1. Kenttä muuttuu, pinta-ala A ei:

$$e_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot A$$

Silmukka paikallaan, kenttä B kasvaa tai vähenee

2. Pinta-ala muuttuu, kenttä B ei

$$e_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -B \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

Silmukka tulee kenttään, poistuu kentästä tai silmukka kasvaa/kutistuu

Tehtävä

Sähkösiirtoverkossa on suljettu ympyränmuotoinen halkaisijaltaan 100 km alue. Johtojen ominaisresistanssi on $9,0 \mu\Omega/m$, toisin sanoen jokaista metriä kohti $9,0 \mu\Omega$. Magneettisen myrskyn aikana Maapallon magneettikentän pystysuora komponentti muuttuu 30 sekunnin aikana arvosta $50 \mu T$ arvoon $54 \mu T$.

- Mistä magneettiset myrskyt aiheutuvat?
- Mikä on kyseisen alueen pinta-ala ja johtimen pituus?
- Kuinka suuri jännite indusoituu siirtoverkon alueeseen?
- Kuinka suuri on ympyränsilmukan resistanssi?
- Kuinka suuri virta indusoituu sähkösiirtoverkon kyseiseen alueeseen?



Ratkaisu:

$$A = 78,539 \cdot 10^8 \text{ m}^2 \quad p = 314 \text{ 159 m}$$

$$R = 9,0 \mu\Omega/m \cdot 314 \text{ 159 m} \approx 2,8274 \dots \Omega$$

$$e_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot A =$$

$$-\frac{54 \mu T - 50 \mu T}{30 \text{ s}} \cdot 78,539 \cdot 10^8 \text{ m}^2 \approx -1047 \text{ V}$$

Ohmin laki: $U = R \cdot I \rightarrow$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{e_i}{R} = \frac{1047 \text{ V}}{2,8274 \Omega} \approx 370 \text{ A}$$

Itseinduktio (käämin)

Jos käämissä oleva virta muuttuu, aiheuttaa se muuttuvan magneettikentän, joka puolestaan indusoi käämiin **muutosta vastustavan** jännitteen.

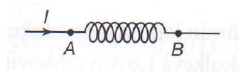
$$e_L = -L \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

e_L = indusoitunut keskim. jännite
 L = käämin induktanssi
 Δi = sähkövirran muutos
 Δt = ajan muutos

$$e_L = -L \frac{di}{dt}$$

derivaatan avulla:
 hetkellä t indusoitunut jännite

Käämin päiden välinen jännite



Olkoon käämin resistanssi R ja induktanssi L . Tällöin käämin päiden välillä on jännite U_{AB}

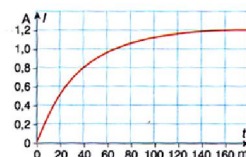
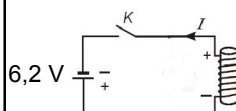
$$U_{AB} = U_R + U_L = R \cdot I + L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Ohminen jännitehäviö Induktanssista aiheutuva

Jos virta ei muutu, jännitehäviö aiheutuu pelkästään ohmisesta resistanssista R

Tehtävä 2-43: Käämi kytkettiin tasajännitelähteeseen ($E=6,2 \text{ V}$, R_s =sisäinen resistanssi ≈ 0) hetkellä $t=0$. Käämin läpi kulkeva virta kasvoi alla olevan kuvan mukaisesti.

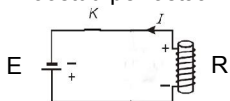
- Selitä, miksi virta muuttui kaavion mukaisesti.
- Kuinka suuri oli käämin resistanssi?
- Määritä käämin induktiojännite hetkellä 40 ms
- Laske c-kohdan avulla käämin induktanssi.



Ratkaisu tehtävään 2-43:

a) Käämi vastustaa virran kasvua. Lenzin lain mukaan kasvava virta indusoi käämiin magneettikentän, joka vastustaa virran kasvua.

b) Kun aikaa on kulunut "riittävästi", virta ei enää kasva ja käämi käyttäytyy tällöin ohmisen vastuksen mukaisesti. Tällöin virta on 1,2 A ja piirin resistanssi koostuu pelkästään käämistä (virtalähteellä 0 Ω).



Kirchhoff:
 $E =$ jännitehäviöiden summa

$$E = R \cdot I \rightarrow R = \frac{E}{I} = \frac{6,2V}{1,2A} \approx 5,166... \Omega \approx 5,2 \Omega$$

Ratkaisu kohtaan 2-43c:

Piirissä virran kasvun aikana jännitehäviö aiheutuu käämin ohmisesta resistanssista ja käämin induktanssin aiheuttamasta induktiosta.

$$E = U_R + U_L = R \cdot I + L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Käämin induktiojännitteeksi saadaan hetkellä $t = 40$ ms, jolloin virta $I = 0,8$ A:

$$L \frac{\Delta I}{\Delta t} = E - R \cdot I = 6,2 V - 5,166 \Omega \cdot 0,8 A \approx 2,1 V$$

Ratkaisu kohtaan 2-43c:

Virran kasvun aikana ja siis hetkellä $t = 0,40$ ms:

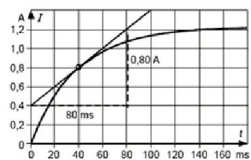
$$E = U_R + U_L = R \cdot I + L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Tästä voidaan ratkaista induktanssi L:

$$L = \frac{E - R \cdot I}{\frac{\Delta I}{\Delta t}}$$

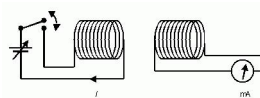
Kuvasta $\frac{\Delta I}{\Delta t} =$ kulmakerroin hetkellä 0,40 ms $\approx \frac{0,80 A}{0,080 s} \approx 10 \frac{A}{s}$

$$L = \frac{6,2 V - 5,166 \Omega \cdot 0,8 A}{10 \frac{A}{s}} \approx 0,21 H$$



Induktiivinen kytkentä

1-käämi: Jännitetä (ja virtaa) vaihdellaan 2-käämiin indusoituu virta



$$e_2 = -M \frac{\Delta i_1}{\Delta t}$$

$\Delta i_1 =$ 1-käämin virran muutos
 $\Delta t =$ aikaväli
 $e_2 =$ 2-käämiin indusoitunut jännite
 $M =$ kytkennän keskinäisinduktanssi

Induktioon perustuvia laitteita

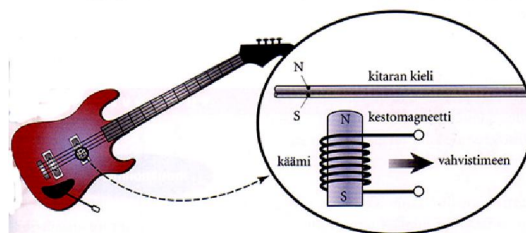
Induktiokuumennin



Induktioliesi

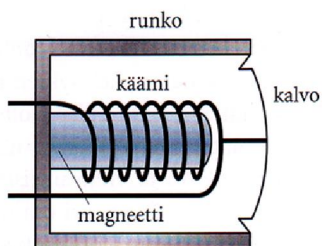


Sähkökitara

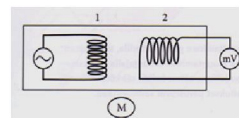


Mikrofoni

Mikrofoni



Metallinilmaisin



Käämi 1 indusoi metalliin M pyörrevirtoja. Käämi 2 mittaa syntyneet virrat ja paljastaa niiden avulla metallin M. (Käämin 1 magneettivoi ei näy käämille 2 (kohtisuorus) vain metallin pyörrevirtojen kenttä näkyy käämille 2)

Metallinpaljastin



Toinen käämi synnyttää värähtelevän magneettikentän, joka indusoi metallikappaleisiin pyörrevirtoja. Toinen käämi lukee niitä → paljastaa metallit

Käämin magneettikentän energia

$$E_B = \frac{L \cdot I^2}{2}$$

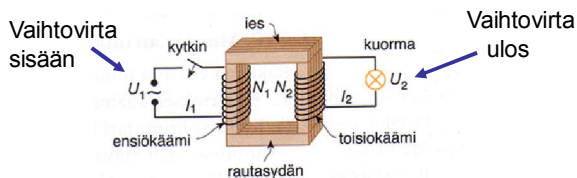
E_B = käämin sisältävä energia
 L = käämin induktanssi
 I = käämin läpi kulkeva virta

Esim.: Käämin resistanssi on $2,4 \Omega$ ja induktanssi $0,20 \text{ H}$. Käämi kytketään $6,0 \text{ V}$ jännitteeseen.

a) Käämin läpi kytkee virta $U = R \cdot I \rightarrow I = \frac{U}{R} = \frac{6,0\text{V}}{2,4\Omega} \approx 2,5 \text{ A}$

b) Käämin kentän energia $E_B = \frac{L \cdot I^2}{2} = \frac{0,20\text{H} \cdot (2,5\text{A})^2}{2} \approx 0,625 \text{ J}$

Muuntaja



Sama magneettivoi kulkee ensiökäämin ja toisiökäämin läpi → jännitteiden suhde on sama kuin käämien kierrosten suhde.

Teho ei muutu

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

$$P = U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2$$

Esim.: Muuntajan ensiökäämissä on 300 kierrosta ja toisiökäämissä 1500 kierrosta. Jos ensiöpiirissä on 10 V tehollinen vaihtojännite ja $2,0 \text{ A}$ tehollinen vaihtovirta.

a) Toisiöpiirin jännite = ? $N_1 = 300, N_2 = 1500$
 $U_1 = 10 \text{ V}, I_1 = 2,0 \text{ A}$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \rightarrow U_2 = \frac{N_2}{N_1} \cdot U_1 = \frac{1500}{300} \cdot 10\text{V} = 50 \text{ V}$$

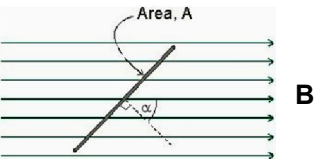
b) Toisiöpiirin virta = ? (Kun jännite 5-kert virta 1/5-osaan)

$$U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2 \rightarrow I_2 = \frac{U_1}{U_2} \cdot I_1 = \frac{10\text{V}}{50\text{V}} \cdot 2,0\text{A} = 0,4 \text{ A}$$

c) Ensiöpiirin teho = ? $P = U_1 \cdot I_1 = 10 \text{ V} \cdot 2,0 \text{ A} = 20 \text{ W}$

d) Toisiöpiirin teho = ? **sama 20 W**

Vaihtovirran synty



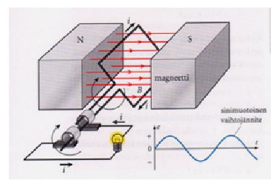
Kulmanopeus ω
 Kiertokulma α
 $\alpha = \omega \cdot t$

Johdinsilmukka pyörii **vakiokulmanopeudella** ω magneettikentässä B. Jos kiertokulma on α , niin silmukan läpi kulkee vuo Φ

$\Phi = BA \cos \alpha = BA \cos(\omega t)$

Indusoitunut jännite $e_i = -\frac{d\Phi}{dt} \approx -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

Vaihtovirran synty



Kulmanopeus ω
 Kiertokulma α
 $\alpha = \omega \cdot t$

$\Phi = BA \cos \alpha = BA \cos(\omega t)$

Indusoitunut jännite $e_i = -\frac{d\Phi}{dt} \approx -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

$e_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BA \cos(\omega t))}{dt} = BA\omega \sin(\omega t)$

Kulmanopeus ω , taajuus f, jaksoaika T

$\omega \cdot T = 2\pi = 1$ jakso = 1 kierros

$f = \frac{1}{T} =$ kierroksia/s = jaksoja/s

$\rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

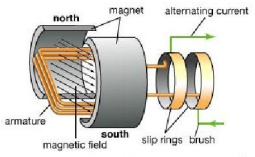
Esim. 50 Hz \rightarrow 50 jaksoa/s \rightarrow 50 kierr/s = 3000 rpm

$e_i = BA\omega \sin(\omega t) = e_0 \sin(\omega t) = e_0 \sin(2\pi ft)$

$e_0 = BA\omega = BA \cdot 2\pi f =$ huippujännite

N-kierroksinen käämi pyörii

Tällöin käämiin indusoituu N-kertainen jännite yksinkertaiseen silmukkaan verrattuna



$e_i = NBA\omega \sin(\omega t) = e_0 \sin(\omega t) = e_0 \sin(2\pi ft)$

$e_0 = NBA\omega = NBA \cdot 2\pi f =$ huippujännite

Esim. Generaattorin ympyränmuotoisen silmukan pinta-ala on 82,5 cm². Silmukka pyörii nopeudella 3000 rpm, ja magneettivuon tiheys on 0,85 T.

a) Indusoituneen jännitteen taajuus f = ?

$f = 3000 \text{ rpm} = 3000 \frac{1}{\text{min}} = \frac{3000}{60} \frac{1}{\text{s}} = 50 \text{ Hz}$

b) Jännitteen huippuarvo $e_0 = ?$

$e_0 = BA\omega = BA \cdot 2\pi f = 0,85 \text{ T} \cdot 0,00825 \text{ m}^2 \cdot 2\pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} \approx 2,2 \text{ V}$

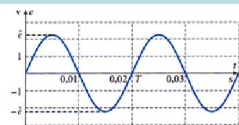
c) Milloin jännite saa arvon 0 V ?

$e_i = e_0 \sin(2\pi ft)$

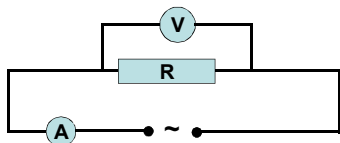
$e_i = 0$, kun $2\pi ft = n \cdot \pi$

Joten $2\pi f \cdot t = n \cdot \pi \rightarrow t = \frac{n}{2f} = n \cdot 0,01 \text{ s}$

$E_i = 0 \text{ V}$, kun $t = 0,01\text{s}, 0,02\text{s}, 0,03\text{s}, \dots$



Vastus vaihtovirtapiirissä



Jännite $u=u(t)$ ja virta $i=i(t)$ vaihtelevat sinimuotoisesti, samalla tavalla, **samanvaiheisesti**

$$u = u(t) = u_0 \sin(2\pi ft)$$

$$i = i(t) = i_0 \sin(2\pi ft)$$

u ja i saavuttavat maksiminsa samalla hetkellä, samoin kuin miniminsä ja nollakohtansa.

Vaihtovirran teholliset arvot (efektiiviset arvot)

Vaihtovirran jännite ja virta vaihtelevat sinikäyrän mukaisesti. Käytännön laskuja varten on otettu käyttöön niinsanotut teholliset arvot

Vaihtovirran tehollinen arvo (U, I)

= Sellaisen tasavirran arvo, joka synnyttää vastuksessa yhtä suuren lämpömäärän samassa ajassa kuin vaihtovirta.

Jos vaihtovirran tehollinen jännite on U ja tehollinen virta on I , niin vaihtovirran teho $P = U \cdot I$

Vaihtovirran teholliset arvot verrattuna huippuarvoihin

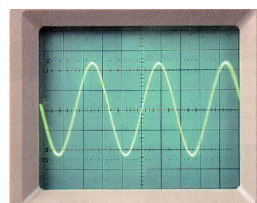
Teholliset arvot ovat keskimääräisiä arvoja, joten ne ovat pienempiä kuin sinimuotoisen vaihtovirran huippuarvot

Jos vaihtovirran huippuarvot ovat u_0 ja i_0 , niin teholliset arvot ovat

$$U = \frac{u_0}{\sqrt{2}}$$

$$I = \frac{i_0}{\sqrt{2}}$$

Tehtävä: Oskilloskooppi on kytketty signaaligeneraattoriin, joka tuottaa vaihtovirtaa. Nappuloissa on arvot



TIME/DIV 2 ms

VOLTS/DIV 0,1 V

a) Jännitteen huippuarvo $e_0 = ?$

Huipun korkeus 2,4 cm \rightarrow jännite = 0,24 V

b) Jännitteen tehollinen arvo $U_{\text{eff}} = \frac{e_0}{\sqrt{2}} = \frac{0,24 \text{ V}}{\sqrt{2}} \approx 0,17 \text{ V}$

c) Jakson aika $T = ?$ väli on 3,4 cm $\rightarrow T = 6,8 \text{ ms}$

d) Vaihtovirran taajuus $f = ?$ $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,0068 \text{ s}} \approx 150 \text{ Hz}$

Tehtävä:

60 W hehkulamppu on kytketty 230 V teholliseen vaihtojännitteeseen.

a) Mikä on lampun läpi kulkeva tehollinen virta?

$$P = U \cdot I \rightarrow I = \frac{P}{U} = \frac{60 \text{ W}}{230 \text{ V}} \approx 0,26 \text{ A}$$

b) Kuinka suuri on jännitteen maksimiarvo?

$$U = \frac{u_0}{\sqrt{2}} \rightarrow u_0 = U \cdot \sqrt{2} \approx 325 \text{ V}$$

c) Kuinka suuri on virran maksimiarvo?

$$I = \frac{i_0}{\sqrt{2}} \rightarrow i_0 = I \cdot \sqrt{2} = 0,26 \text{ A} \cdot \sqrt{2} \approx 0,37 \text{ A}$$



Vastuksen lämpöteho

Ohmisten vastusten kanssa voidaan **tehollisille** arvoille käyttää "puimurikaavoja". Tämä onnistuu siksi, että virta ja jännite ovat vastuksessa **samanvaiheisia**.

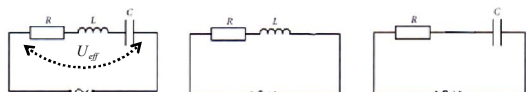
$$P = U \cdot I \quad M \quad U = R \cdot I$$

$$P = U \cdot I = (R \cdot I) \cdot I = I^2 \cdot R$$

Vastuksen tuottama teho, lämpöhäviö

Impedanssi vaihtovirtapiirissä

Piirissä oleva vastus, käämi ja kondensaattori **vastustavat** virran kulkua – kukin omalla tavallaan



RLC-piiri

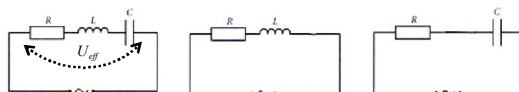
RL-piiri

RC-piiri

Kondensaattori **ei päästä tasavirtaa läpi**.
 Vaihtovirtapiirissä kondensaattori **latautuu** ja **purkautuu** vaihtovirran tahdissa → **päästää vaihtovirtaa läpi**. Käämi päästää läpi molempia.

Impedanssi vaihtovirtapiirissä

Piirissä oleva vastus, käämi ja kondensaattori **vastustavat** virran kulkua – kukin omalla tavallaan



RLC-piiri

RL-piiri

RC-piiri

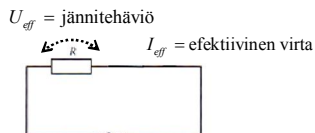
Impedanssi Z = piirin virranvastustamiskyky
 ("vaihtovirtavastus", yksikkö ohmi Ω)

$$Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$$

U_{eff} = tehollinen jännitehäviö

I_{eff} = tehollinen virta

Pelkkä vastus vaihtovirtapiirissä



Tässä tapauksessa piirin impedanssi on sama kuin ohminen resistanssi R

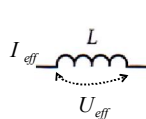
$$Z = R = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \frac{u_0}{i_0}$$

u_0 = huippujännite
 i_0 = huippuvirta

Resistanssi R ei riipu lainkaan vaihtovirran taajuudesta.

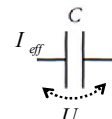
Ideaalinen käämi ja kondensaattori

Ideaalisen käämin ja ideaalisen kondensaattorin resistanssi = 0. Niillä ei siis ole lainkaan ohmista resistanssia. Niiden virranvastuskykyä sanotaan **reaktanssiksi**, käämille X_L , kondensaattorille X_C



$$X_L = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$$

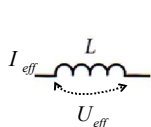
X_L = induktiivinen reaktanssi



$$X_C = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$$

X_C = kapasitiivinen reaktanssi

Ideaalisen käämin induktiivinen reaktanssi



$$X_L = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \frac{u_0}{i_0}$$

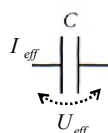
efektiivisten arvojen avulla huippuarvojen avulla

Induktiivinen reaktanssi riippuu **käämin induktanssista** ja vaihtovirran **taajuudesta**:

$$X_L = \omega L = 2\pi fL$$

Siis mitä suurempi taajuus, sitä enemmän käämi vastustaa vaihtovirran kulkua

Ideaalisen kondensaattorin reaktiivinen kapasitanssi



$$X_C = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \frac{u_0}{i_0}$$

efektiivisten arvojen avulla huippuarvojen avulla

Kapasitiivinen reaktanssi riippuu **kondensaattorin kapasitanssista** ja vaihtovirran **taajuudesta**:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC}$$

Mitä suurempi taajuus, sitä vähemmän kondensaattori vastustaa läpi kulkevaa vaihtovirtaa

Esim.: Käämi, jonka induktanssi on 0,65 H, kytketään 230V/50Hz vaihtovirtaan. Käämin resistanssi on erittäin pieni. ($R \approx 0$)

a) Laske käämin induktiivinen reaktanssi.

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 50 \frac{1}{s} \cdot 0,65 H \approx 204 \Omega \approx 200 \Omega$$

b) Laske piirin tehollinen sähkövirta

$$X_L = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} \rightarrow I_{eff} = \frac{U_{eff}}{X_L} = \frac{230 V}{204 \Omega} \approx 1,1 A$$

c) Laske sähkövirran huippuarvo

$$i_0 = I_{eff} \cdot \sqrt{2} = 1,127 A \cdot \sqrt{2} \approx 1,6 A$$

d) Käämin jännitehäviön huippuarvo

$$u_0 = U_{eff} \cdot \sqrt{2} = 230 V \cdot \sqrt{2} \approx 325 V$$

Esim.: Kondensaattori, jonka kapasitanssi on 3,5 μF , kytketään 50 Hz vaihtojännitteeseen, jonka huippujännite on 4,5 V.

a) Laske reaktiivinen kapasitanssi

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 Hz \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} F} \approx 1446,86 \dots \Omega \approx 1400 \Omega$$

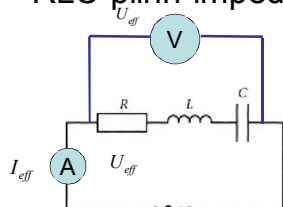
b) Laske sähkövirran huippuarvo

$$X_C = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \frac{u_0}{i_0} \rightarrow i_0 = \frac{u_0}{X_C} = \frac{4,5 V}{1446,86 \Omega} \approx 3,1 mA$$

c) Laske jännitteen ja virran teholliset arvot

$$U_{eff} = \frac{u_0}{\sqrt{2}} = \frac{4,5 V}{\sqrt{2}} \approx 3,2 V \quad I_{eff} = \frac{i_0}{\sqrt{2}} = \frac{3,1 mA}{\sqrt{2}} \approx 2,2 mA$$

RLC-piirin impedanssin Z mittaus



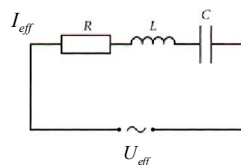
Volttimittari **rinnan** mitattavan kohteen päiden välille

Ampeerimittari **sarjaan** Kumpikin mittari **vaihtovirta-**moodiin

Mitataan efektiivinen jännitehäviö ja efektiivinen virta \rightarrow Lasketaan piirin impedanssi

$$Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$$

RLC-piirin impedanssi Z



Toisaalta Z on:

$$Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$$

Voidaan osoittaa, että Z on:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}\right)^2}$$

Jos joku komponentti puuttuu, sen osuus poistetaan impedanssin laskukaavasta.

Esim.: Vaihtovirtapiirin vastuksen resistanssi $R=50 \Omega$, käämin induktanssi $L=0,16 H$ ja kondensaattorin kapasitanssi $C=32 \mu F$. Piiri on kytketty 110 V/ 50 Hz vaihtovirtaan.

a) Laske piiri impedanssi

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}\right)^2} = \sqrt{(50 \Omega)^2 + \left(2\pi \cdot 50 Hz \cdot 0,16 H - \frac{1}{2\pi \cdot 50 Hz \cdot 32 \mu F}\right)^2} \approx 70,1517 \Omega$$

V: 70 Ω

b) Kuinka suuri tehollinen virta kulkee piirin läpi?

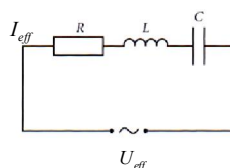
$$Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} \rightarrow I_{eff} = \frac{U_{eff}}{Z} = \frac{110 V}{70,1517 \Omega} \approx 1,568 A \approx 1,6 A$$

c) Laske vastuksen kehittämä lämpöteho

$$P = I_{eff}^2 \cdot R = (1,568 A)^2 \cdot 50 \Omega \approx 122,9 W \approx 120 W$$

Milloin impedanssi on pienimmillään?

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}\right)^2}$$



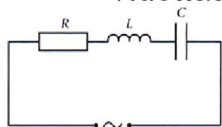
R, L ja C ovat vakioita
 Z riippuu taajuudesta f
 $f = 50$ Hz Euroopassa
 $f = 60$ Hz USA:ssa
 f megahertsejä radioissa
 $f < 20$ kHz äänipiireissä

Z on pienimmillään $Z_{min} = R$, kun:

$$2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC} = 0 \text{ eli } 2\pi fL = \frac{1}{2\pi fC}$$

Vrt: Taulukkirja s. 126 värähtelytaajuus

Vain vastus kuluttaa tehoa (tuottaa lämpöä)



Vaihtovirtapiiriin ottama ja kuluttama teho:

$$P = I_{\text{eff}}^2 \cdot R$$

Vaihtovirtapiirissä kondensaattori latautuu ja purkautuu vaihtovirran tahdissa

→ kondensaattori ei kuluta energiaa.

Samoin käämi varastoi ja purkaa magneettikentän muodossa energiaa

→ käämi ei kuluta energiaa.

Vastus kuluttaa energiaa $P = I^2 \cdot R$

Vaihtovirtapiiriin teho

Vain **vastus** (siis ohminen R) kuluttaa tehoa. Käämi ei kuluta. Kondensaattori ei kuluta

(i) Lasketaan virtapiiriin impedanssi Z

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

(ii) Lasketaan virtapiiriin läpi kulkeva virta I

$$Z = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} \rightarrow I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{Z}$$

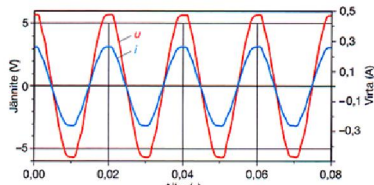
(iii) Lasketaan teho

$$P = I_{\text{eff}}^2 \cdot R$$

Jännitteen ja virran välinen vaihe-ero

A. Vastus yksinään piirissä:

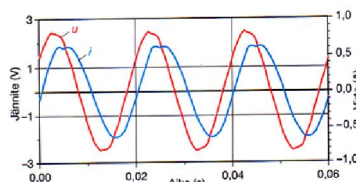
Jännite ja virta samanvaiheisia. Vaihe-ero = 0



Jännitteen ja virran välinen vaihe-ero

B. Käämi yksinään piirissä:

Jännite 90 = π/2 edellä sähkövirtaa



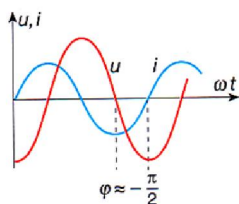
$$i = i_0 \sin(\omega t)$$

$$u = u_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

Jännitteen ja virran välinen vaihe-ero

C. Kondensaattori yksinään piirissä:

Jännite 90 = π/2 jäljessä sähkövirtaan nähden



$$i = i_0 \sin(\omega t)$$

$$u = u_0 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

Tehon laskeminen, kun **vaihe-ero** tunnetaan

$$P = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos \varphi$$

U = tehollinen jännite (U_{eff})

I = tehollinen virta (I_{eff})

φ = jännitteen ja virran välinen vaihe-ero

cos φ = tehokerroin

Tehon laskeminen virran ja resistanssin avulla

$$P = I_{\text{eff}}^2 \cdot R$$

Ja vielä yksi, joka saadaan kahdesta edellisestä:

$$P = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \frac{R}{Z} \rightarrow \cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

Vaihe-eron laskeminen

$$\tan \varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

Tämä kaava antaa oikein myös vaihe-eron etumerkin :
 + jos jännite edellä, - jos jännite jäljessä

Jännitteen ja virran välillä on vaihe-ero, jos piirissä on mukana käämi tai kondensaattori tai molemmat (on siis induktanssia ja kapasitanssia)

Tehtävä. Energiasäästölamppussa lukee 230 V, 25 W ja 190 mA. (Lamppussa on pienloisteputki, ei siis pelkkä hehkulamppu). Lamppu toimii vaihtovirralla 50 Hz.

1) Laske jännitteen ja virran välinen vaihe-ero

Huomataan, että $U \cdot I = 230 \text{ V} \cdot 0,19 \text{ A} \approx 44 \text{ W}$, joten kyseessä ei ole pelkkä ohminen vastus. Mukana on induktanssi ja/tai kapasitanssia.

$$P = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos \varphi \rightarrow \cos \varphi = \frac{P}{U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}} = \frac{25 \text{ W}}{230 \text{ V} \cdot 0,19 \text{ A}}$$

$$\cos \varphi = 0,57208... \rightarrow \varphi = \cos^{-1}(0,57208...) \approx 55^\circ$$

2) Laske kyseisen energiasäästölamppun resistanssi

Tunnetaan $P = 25 \text{ W}$, $U_{\text{eff}} = 230 \text{ V}$, $I_{\text{eff}} = 0,19 \text{ A}$
 $\varphi = 55^\circ$. Näistä laskettava $R = ?$

PUIMURI $\rightarrow P = I_{\text{eff}}^2 \cdot R \quad R = \frac{P}{I_{\text{eff}}^2}$

$$R = \frac{25 \text{ W}}{(0,19 \text{ A})^2} \approx 690 \Omega$$

3) Laske lampun impedanssi Z

$$Z = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = \frac{230 \text{ V}}{0,19 \text{ A}} = 1210,52... \Omega \approx 1200 \Omega$$

Tasavirta ja vaihtovirta

Tasavirtapiirissä käytetään "puimurikaavoja", joissa esiintyy ohminen **resistanssi R**

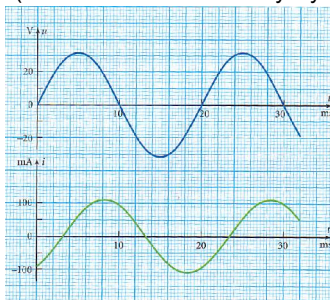
$$P = U \cdot I \quad M \quad U = R \cdot I$$

Vaihtovirtapiirissä käytetään virran ja jännitteen **tehollisia arvoja**. Piirin kaavoissa **resistanssia R** vastaa **impedanssi Z** eli "vaihtovirtavastus"

$$P = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos \varphi \quad U_{\text{eff}} = Z \cdot I_{\text{eff}}$$

φ = jännitteen ja virran välinen vaihe-ero

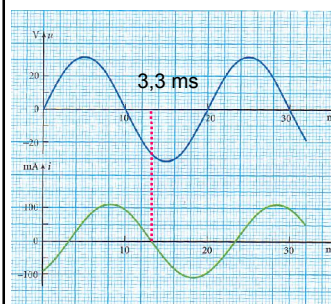
Oheinen kuvio esittää vaihtovirtalähteeseen kytketyn komponentin jännitettä ja laitteen läpi kulkevaa virtaa. (Mukailtu vuoden 1991 syksyn yo-tehtävästä)



e) Laske piirin impedanssi ja resistanssi ja käämin induktanssi.

- Kuinka suuri on jännitteen ja virran välinen vaihe-ero?
- Mikä komponentti on kyseessä
- Laske jännitteen ja virran huippuarvot ja teholliset arvot
- Laske laitteen kuluttama keskiteho

a) Kuinka suuri on jännitteen ja virran välinen vaihe-ero?



Jännite on virtaa edellä. Kyseinen komponentti on siis käämi.

$$T = 20 \text{ ms} \rightarrow 360^\circ$$

$$f = 1/T = 50 \text{ Hz}$$

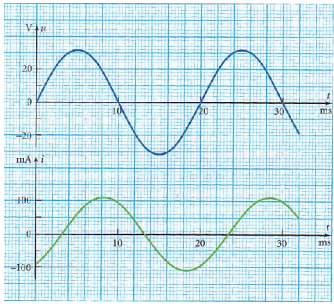
$$\text{vaihe-ero } \Delta t = 3,3 \text{ ms}$$

$$\varphi = \frac{3,3 \text{ ms}}{20 \text{ ms}} \cdot 2\pi \approx 1,04 \text{ rad}$$

$$\varphi = \frac{3,3 \text{ ms}}{20 \text{ ms}} \cdot 360^\circ \approx 59,4^\circ \approx 60^\circ$$

- Jännite on 60° virtaa edellä
- Kyseessä on käämi

c) Laske jännitteen ja virran huippuarvot ja teholliset arvot



$u_0 = 32 \text{ V}$ $i_0 = 115 \text{ mA}$

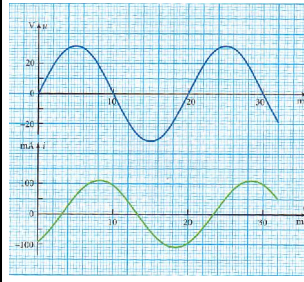
$U_{\text{eff}} = \frac{u_0}{\sqrt{2}} = \frac{32 \text{ V}}{\sqrt{2}} \approx 23 \text{ V}$

$I_{\text{eff}} = \frac{i_0}{\sqrt{2}} = \frac{115 \text{ mA}}{\sqrt{2}} \approx 81 \text{ mA}$

d) Laitteen keskiteho

$P = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos \varphi = 22,627 \text{ V} \cdot 81,317 \text{ mA} \cdot \cos 59,4^\circ \approx 0,9366 \text{ W} \approx 0,94 \text{ W}$

e) Laske piirin impedanssi ja resistanssi ja käämin induktanssi.



$U_{\text{eff}} = 22,627 \text{ V}$ $I_{\text{eff}} = 81,317 \text{ mA}$
 $\varphi = 59,4^\circ$ $P = 0,9366 \text{ W}$ $f = 50 \text{ Hz}$

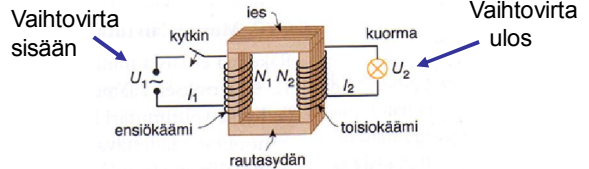
$P = I_{\text{eff}}^2 \cdot R \rightarrow R = \frac{P}{I_{\text{eff}}^2} = \frac{0,9366 \text{ W}}{(0,081317 \text{ A})^2}$
 $R \approx 141,64 \Omega \approx 140 \Omega$

$Z = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = \frac{22,627 \text{ V}}{0,081317 \text{ A}} \approx 278,25 \Omega \approx 280 \Omega$

$Z^2 = R^2 + (2\pi fL)^2$

$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{2\pi f} = \frac{\sqrt{(278,25\Omega)^2 - (141,64\Omega)^2}}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz}} \approx 0,76 \text{ H}$

Muuntaja



Sama magneettivuo kulkee ensiökäämin ja toisiökäämin läpi → jännitteiden suhde on sama kuin käämien kierrosten suhde.

Teho ei muutu

$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$ $P = U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2$

Miksi siirtojännite on hyvin suuri?

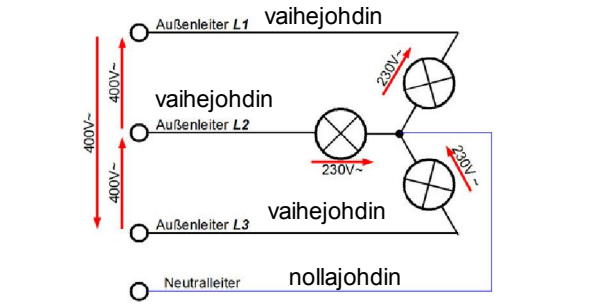
Miksi voimajohdoissa on 200 kV, 400 kV, 750 kV 1 MV, kun käyttöjännite on 230 V tai 400 V?

Siirtohäviö saadaan mahdollisimman pieneksi:

$P = I^2 \cdot R$ (johdon resistanssi kuluttaa tehoa)

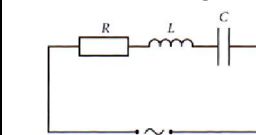
Muunnetaan jännite suureksi, jolloin virta I on pieni.

Kolmivaihevirta



Außenleiter L1 vaihejohdin
 Außenleiter L2 vaihejohdin
 Außenleiter L3 vaihejohdin
 Neutralleiter nollajohdin

Sähkömagneettinen värähtelypiiri



Sähkövirta $I = \frac{U}{Z}$ saa suurimman arvonsa, kun impedanssi Z saa pienimmän arvonsa

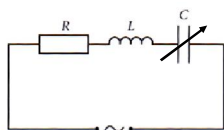
$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}\right)^2}$

Z saavuttaa miniminsa, kun $2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC} = 0$

Tästä saadaan resonanssitaajuus: $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

Resonanssissa virta maksimissa

Sähkömagneettinen värähtelypiiri



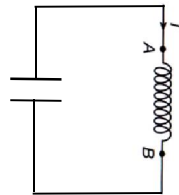
$$f_{\text{resonanssi}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

RLC-piiristä saadaan värähtelypiiri, joka resonoi taajuudella f . Piirejä käytetään esimerkiksi radioissa **viritinpiireinä**. Viritys tehdään säätämällä **kondensaattoria**.

Radiolähtetimen ja radiovastaanottimen on oltava viritetty **samalle taajuudelle**, jotta vastaanotto onnistuisi.

Suljettu ja avoin piiri

Suljettu



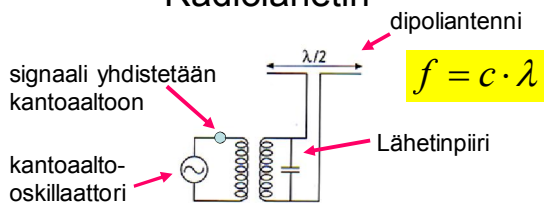
Piiri värähtelee. Jos ei resistanssia, energia säilyy

Avoin



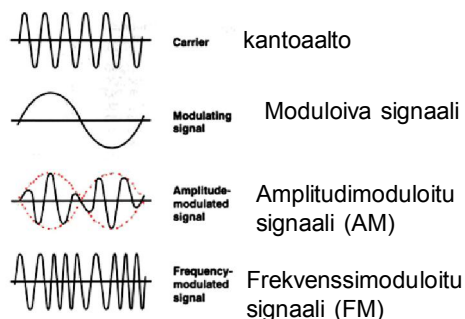
Sähkömagneettinen kenttä leviää aaltoina

Radiolähtetin

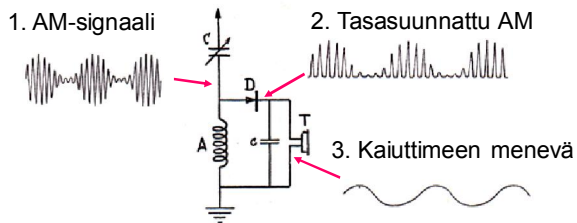


Antennin kautta leviää sähkömagneettinen kenttä sähkömagneettisina aaltoina. Dipolityyppisen antennin optimipituus on aallonpituuden puolisko $\lambda/2$. Sama pätee ympärisäteilevälle antennille (pelkkä sauva)

(Analogia)radion modulaatiot



AM-vastaanotin: "kidekoje"



Tällaisia harrastelijat rakentelivat 1920-50-luvuilla. Myöhemmin laitteisiin lisättiin **vahvistin**, jolloin signaali kuului kaiuttimenkin kautta.

Tehtävä: UHF-kanavan lähetystaajuus on 495 MHz.

a) Kuinka pitkällä antennielementillä lähetys näkyy parhaiten.

Antennin pituuden tulee olla puolet aallonpituudesta eli $\lambda/2$

$$c = f \cdot \lambda \rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m}}{495 \text{ MHz}} \approx 0,606 \text{ m}$$

Antennin pituus on $\lambda/2 = 0,30 \text{ m}$

b) Miten vastaanottoa voidaan tehostaa?

Käyttämällä monielementistä antennia

Antennityyppejä

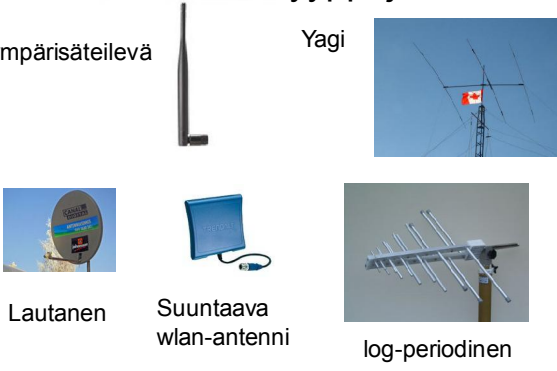
ympärisäteilevä

Yagi

Lautanen

Suuntaava wlan-antenni

log-periodinen



Radio- ja antennilaskut

$c = f \cdot \lambda$ (c=valonnopeus, λ aallonpituus, f taajuus)

$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ = värähtelypiirin taajuus

$l = \frac{\lambda}{2}$ = antennin pituus

Digitaalinen signaali

Digitaalinen signaali ("ykköset ja nollat") moduloidaan analogiseen kanta-aaltoon.

Digital data (serial) 001110101110101...

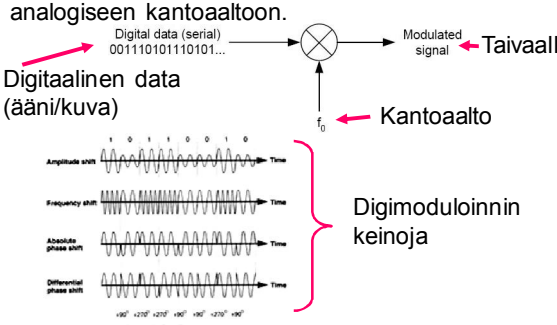
Modulated signal → Taivaalle

Digitaalinen data (ääni/kuva)

Kanta-aalto f_0

Digimoduloinnin keinoja

- Amplitude shift
- Frequency shift
- Phase shift
- Differential phase shift



Magneettikuvauslaitteisto (kaikki sylinterit sisäkkäin)

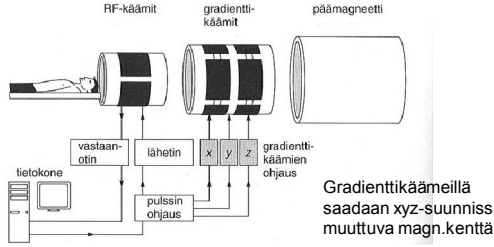
RF-käämit, gradienttikäämit, päämagneetti

vastaanotin, lähetin, pulssin ohjaus, gradienttikäämien ohjaus

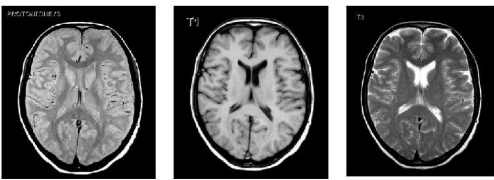
tietokone

Gradienttikäämeillä saadaan xyz-suunnissa muuttuva magn.kenttä

päämagneetikenttä → osa vety-ytimistä kentän suuntaisiksi ytimiä häiritään sähkömagn. signaalilla → ytimet kääntyvät häiriö pois → ytimet palautuvat → lähettävät sm-signaalin




Magneettikuvaus (MRI)



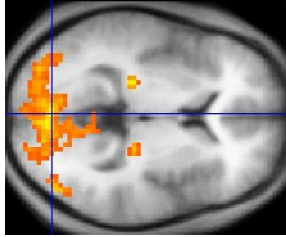
Magneettikuvaus erottaa hyvin erilaisia kudoksia
 Hyvinkin pienet erot samankaltaisissa tuleva esille
 (Vertaa: TT-kuvaus erottaa paremmin eri rakenteita)

Magneettinen Angiografia (verisuonikuvaus)



- Ahtaumat (stenoosi)
- Aneurysma (pullistuma)
- Turvallisempi kuin CT-angiografia (ei säteilyannosta)

Toiminnallinen, funktionaalinen
magneettikuvaus (fMRI)



Peräkkäisistä kuvista → aineenvaihdunta selville
→ aivojen toimintaa selville