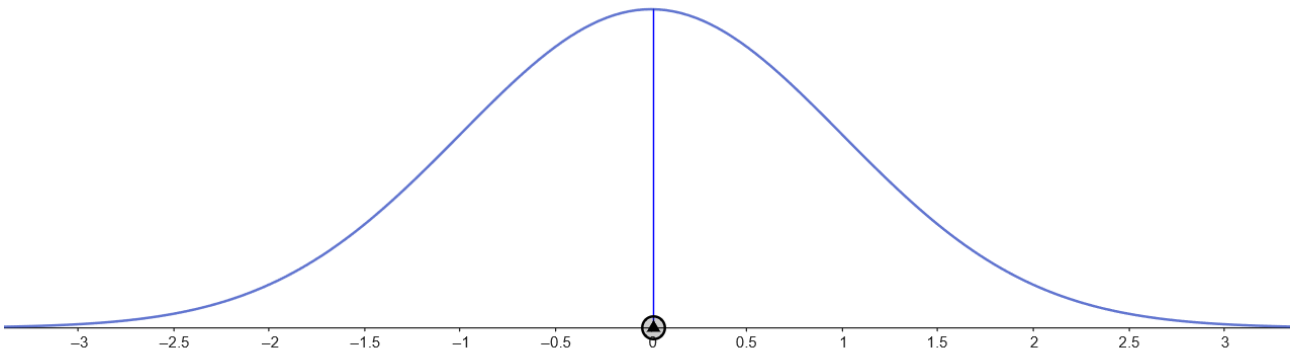


## Normaalijakauma

Normaalijakauma on symmetrinen kuvaaja, jonka avulla voidaan laskea todennäköisyyksiä tai käsitellä tilastoja. Normaalijakauma näyttää tältä:



Normaalijakauman ja x-akselin väliin jäävä pinta-ala on aina tasan 1.

Normaalijakaumaa merkitään  $X \sim N(\mu, \sigma)$  eli  $X \sim N(\text{odotusarvo}, \text{keskihajonta})$ .

- Jakaumille odotusarvo on sama asia kuin keskiarvo.
- Odotusarvo on kuvaajan keskellä, huipun kohdalla. Esimerkkikuvassa odotusarvo on 0.
- Keskihajonta kerrotaan yleensä tehtävänannossa.

Kuvaaja saadaan piirrettyä, kun tiedetään odotusarvo ja keskihajonta. Ne laitetaan geogebraan todennäköisyysslaskuriin:



Jos erilaisia normaalijakaumia verrataan toisiinsa, pitää laskea ns. **normitettu arvo**. Sen kaava on:

$$\text{normitettu arvo} = \frac{\text{muuttujan arvo} - \text{odotusarvo}}{\text{keskihajonta}} \quad \text{eli} \quad z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

**esim. 1.** Eräessä ryhmässä pituus noudattaa normaalijakaumaa  $X \sim N(170, 4)$ . Laske normitetut arvot pituuksille 176 cm ja 151 cm.

x:n paikalle tulee kysytty luku,  $\mu = 170$  ja  $\sigma = 4$ .

$$z = \frac{176 - 170}{4} = 1,5$$

$$z = \frac{151 - 170}{4} = -4,75 \text{ (huom! normitettu arvo voi hyvin olla miinusmerkkinen)}$$

**esim. 2.** Eräessä ryhmässä pituus noudattaa normaalijakaumaa  $X \sim N(170, 4)$ . Millä todennäköisyydellä satunnaisesti valittu ryhmän jäsen on alle 176 cm pitkä?

Nyt kysytään todennäköisyyttä, joten laitetaan luvut todennäköisyyslaskuriin.

$\mu = 170$  ja  $\sigma = 4$  saadaan tehtävänannosta, kysytyn arvon kohdalle laitetaan 176. Eli:

odotusarvo      keskihajonta  
↓                    ↓  
μ 170              σ 4

Normaalijakauma

∫ ∫ ∫ ∫

todennäköisyys  
↓  
 $P(X \leq 176) = 0.9332$   
↑  
kysytty arvo

V: **P(henkilö on alle 176 cm) = 0,93 eli 93% henkilöistä on alle 176 cm**

Todennäköisyys kertoo myös suoraan siis prosenttiosuudet.

Jos tiedät prosenttiosuuden, mutta et tiedä kysyttyä arvoa, niin silloin pitää lisätä ”todennäköisyys” kohtaan tiedetty osuus ja laskuri antaa suoraan vastauksen.

**esim. 3.** Eräessä ryhmässä pituus noudattaa normaalijakaumaa  $X \sim N(170, 4)$ . Mikä on se pituus, jota lyhempää on 65% henkilöistä?

65% = 0,65 → laitetaan se laskuriin

Normaalijakauma

μ 170              σ 4

∫ ∫ ∫ ∫

$P(X \leq 171.5413) = 0.65$   
↑  
vastaus!

eli 65% henkilöistä on lyhempää kuin 171,5 cm.

## **Tehtäviä!**

Pakolliset tehtävät (palautus pedanettiin).

s. 146 → teht. 176, 177, 178, 181

s. 164 → teht. 200a, 201ab, 203

Lisätehtävät (saa palauttaa myös pedanettiin, jos haluaa, siitä saa plussaa)

s. 146 → teht. 179, 180, 182, 186

s. 164 → teht. 202, 204, 206, 218, 223, 224